

Titre: Critères de performance et optimisation des mécanismes d'une prothèse de la main
Title:

Auteur: Emmanuel Ngale Haulin
Author:

Date: 1999

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Ngale Haulin, E. (1999). Critères de performance et optimisation des mécanismes d'une prothèse de la main [Thèse de doctorat, École Polytechnique de Montréal].
Citation: PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/8565/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/8565/>
PolyPublie URL:

Directeurs de recherche:
Advisors:

Programme: Non spécifié
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

**CRITÈRES DE PERFORMANCE
ET
OPTIMISATION DES MÉCANISMES D'UNE PROTHÈSE DE LA MAIN**

**EMMANUEL NGALÉ HAULIN
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL**

**THÈSE PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE PHILOSOPHIAE DOCTOR
(GÉNIE MÉCANIQUE)
JUN 1999**



National Library
of Canada

Acquisitions and
Bibliographic Services

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Bibliothèque nationale
du Canada

Acquisitions et
services bibliographiques

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence

Our file Notre référence

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-46638-8

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Cette thèse intitulée :

CRITÈRES DE PERFORMANCE

ET

OPTIMISATION DES MÉCANISMES D'UNE PROTHÈSE DE LA MAIN

présentée par : NGALÉ HAULIN Emmanuel

en vue de l'obtention du diplôme de : Philosophiae Doctor

a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de :

M. AUBIN, Carl-Éric, Ph.D., président

M. VINET, Robert, D.Sc.A., membre et directeur de recherche

M. SAVARD, Gilles, Ph.D., membre

M. THOMAS, Marc, Ph.D., membre

DÉDICACE

à mes enfants.

REMERCIEMENTS

Mes remerciements vont :

- au professeur Robert VINET, qui n'a ménagé aucun effort pour conjuguer son expérience et ses connaissances dans la supervision de cette thèse ;
- au professeur Aouni LAKIS pour ses conseils relatifs à la rédaction et à la publication des articles portant sur les mécanismes à quatre membrures ;
- à ma chérie Célestine Odette NKOUSSA ETEME pour son soutien moral et affectif ;
- à mes parents, frères et soeurs pour leur soutien psychique ;
- à mes collègues, enseignants à l'Université de Douala (Cameroun) et en stage de formation des formateurs à l'École Polytechnique de Montréal (EPM) et à l'École des hautes études commerciales (HEC), pour leurs encouragements ;
- à tous ceux qui, de près ou de loin, m'ont assisté tout au long de mes études doctorales.

RÉSUMÉ

Cette thèse de doctorat intitulée "Critères de performance et optimisation des mécanismes d'une prothèse de la main" a pour principal objectif l'amélioration du design des mécanismes internes d'une prothèse existante de manière à ce que ses doigts puissent passer par des positions prescrites. Pour ce faire, des mécanismes simples à un seul degré de liberté et à quatre membrures entrecroisées sont retenus pour la modélisation des cinq doigts.

La synthèse des mécanismes utilisés s'est faite, non pas par rapport aux membrures d'entrée et de sortie comme dans la littérature, mais par référence à sept positions de la membrure d'accouplement et à sept positions de la membrure de sortie.

Afin d'optimiser lesdits mécanismes, les expressions mathématiques de cinq critères de performance sont développées, à savoir : le couple moteur maximal, l'énergie consommée à travers un cycle des mécanismes, l'erreur quadratique moyenne sur l'angle de flexion de la deuxième phalange ou sur l'angle de la membrure de jonction, la déviation de l'angle de transmission de sa valeur idéale (90°) et enfin l'erreur mécanique due aux tolérances dimensionnelles et aux jeux dans les joints des membrures du mécanisme.

À l'aide d'un algorithme de programmation non linéaire, le module d'optimisation du logiciel "Matlab" permet de procéder à l'optimisation de chacun des cinq mécanismes relatifs aux cinq doigts, d'une part sur la base de la minimisation de chacun des critères de performance et d'autre part sur la base de la minimisation simultanée de tous les critères par le biais de la méthode d'atteinte des objectifs fixés. Dans le souci d'améliorer davantage la performance des prothèses existantes, le système d'entraînement des doigts est jumelé séparément avec chaque mécanisme à quatre membrures lors du processus d'optimisation.

L'analyse des résultats obtenus permet de constater que chaque doigt est unique en son genre et que, par conséquent, tous les doigts méritent d'être analysés et optimisés. Par ailleurs, pour un doigt donné, chaque critère de performance utilisé conduit en général à un design optimal différent, d'où la nécessité d'optimiser simultanément plusieurs critères.

Les dimensions optimales des mécanismes sont d'abord obtenues en faisant abstraction des tolérances dimensionnelles et des jeux. La considération de l'erreur mécanique permet ensuite d'obtenir non seulement les dimensions nominales optimales desdits mécanismes, mais aussi les valeurs optimales des tolérances dimensionnelles sur les membrures et celles des jeux aux joints. L'angle de transmission minimum de chacun des mécanismes optimaux obtenus est acceptable et les accélérations angulaires des membrures ne sont pas excessives compte tenu des faibles vitesses observées.

Nous constatons que l'optimisation simultanée de tous les critères, grâce à la méthode de l'atteinte des objectifs fixés, permet de réduire considérablement l'influence de chacun des critères et notamment celle de l'erreur mécanique sur les autres critères de performance.

Finalement, la modélisation de chaque doigt à l'aide d'un mécanisme muni de son système d'entraînement et l'optimisation subséquente réduisent considérablement le couple moteur maximal nécessaire pour équilibrer une force donnée au bout du doigt et l'énergie consommée à travers le cycle de fermeture du mécanisme. Par ailleurs, ce système permet de réduire les accélérations des membrures et d'augmenter l'avantage mécanique des mécanismes munis de tels systèmes d'entraînement.

ABSTRACT

The main object of this Ph.D. thesis titled « Criteria and optimization of hand prosthesis mechanisms » is to improve the design of mechanisms used in a hand prosthesis whose fingers' motion pass through prescribed positions. In order to achieve this aim, each finger is modelled by a one degree of freedom across four-bar mechanism.

The across four-bar mechanisms are synthesized for seven precision positions of coupler link and seven precision positions of output link rather than for prescribed positions of input and output links as usually done.

In order to optimally design these mechanisms, a multiobjective optimization is performed and based on five design criteria which are : maximum driving torque, energy consumed for a cycle of the mechanisms' closure, least square structural error in the second phalange angle or in the coupler angle, deviation of the transmission angle from its ideal value (90°) and least square mechanical error introduced by the tolerances on link lengths as well as clearances in the joints.

By the means of a non linear programming algorithm developed in Matlab optimization toolbox, each mechanism dimensions are optimized on the one hand, by individually minimizing each of five criteria and on the other hand, by simultaneously minimizing all the five criteria using the goal attainment method. Following the optimization of

mechanism dimensions, mechanisms with their drive systems are optimized simultaneously for further improvements of the prostheses.

Several solutions are obtained and a comparison between fingers is made. It is shown that because of the results which are different from one finger to another, all fingers must be analysed and optimized. Otherwise, optimal design of each finger mechanism depends on the design criterion used ; therefore, all design criteria must be optimized simultaneously.

Optimum dimensions are first obtained for mechanisms assuming there is no dimensionnal tolerances nor clearances. Considering mechanical error, optimum nominal dimensions and optimum dimensionnal tolerances on links and clearances in joints are then determined. Due to low speed motion, the minimum transmission angle of each optimal mechanism and link angular accelerations are accepted.

It is revealed that the multiobjective optimization, by the means of the goal attainment method, is considered for further reduction of each criterion influence, the mechanical error's in particular, over other criteria.

Finally, it is shown that the inclusion of drive systems in the optimization of the four-bar mechanisms can significantly reduce the optimal values of driving torque and those of

energy consumed for a cycle of mechanisms' closure. The drive systems also reduce link angular accelerations and increase mechanical advantage of those mechanisms.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE	iv
REMERCIEMENTS	v
RÉSUMÉ	vi
ABSTRACT	ix
TABLE DES MATIÈRES	xii
LISTE DES TABLEAUX	xx
LISTE DES FIGURES	xxvi
LISTE DES ANNEXES	xxxi
 INTRODUCTION	 1
 CHAPITRE I : ÉTUDE BIBLIOGRAPHIQUE	 4
1.1 Anatomie descriptive et fonctionnelle de la main	4
1.1.1 Anatomie et terminologie	4
1.1.2 Principaux modes de préhension d'une main naturelle	6
1.2 Mécanismes utilisés dans les mains artificielles	9
1.2.1 Mécanismes utilisés dans les mains robotiques	9
1.2.2 Mécanismes utilisés dans les prothèses de la main	11
1.3 Critères de performance utilisés pour l'optimisation des mécanismes des doigts	 16

1.3.1 Critères utilisés pour les mécanismes des mains robotiques	16
1.3.2 Critères utilisés pour les mécanismes des prothèses de la main	18
1.4 Critères de performance pour l'optimisation des mécanismes utilisés dans d'autres applications	21
1.5 Stratégies d'optimisation simultanée de plusieurs critères de performance	24
1.6 Synthèse de la revue de la littérature	26
1.7 Contribution de l'auteur	27

CHAPITRE II : SYNTHÈSE DU MÉCANISME UTILISÉ DANS LA PROTHÈSE ET ÉLABORATION DES CRITÈRES DE PERFORMANCE

2.1 Synthèse du mécanisme à quatre membrures	31
2.1.1 Principe de fonctionnement d'un doigt	31
2.1.2 Paramètres du mécanisme des doigts et du pouce	33
2.1.3 Paramètres du système d'entraînement des doigts et du pouce	35
2.1.4 Mécanique motrice de la prothèse	36
2.1.5 Degrés de liberté du mécanisme et de la prothèse	38
2.1.6 Conditions nécessaires à la mobilité du mécanisme	38
2.1.7 Longueurs effectives des membrures dues aux tolérances dimensionnelles et aux jeux dans les joints	39
2.1.8 Synthèse du mécanisme connaissant sept positions des doigts	43

2.1.9	Calcul des angles du mécanisme en fonction de l'angle TP1 de la première phalange	45
2.1.10	Calcul des vitesses angulaires des membrures du mécanisme	46
2.1.11	Calcul des accélérations angulaires des membrures du mécanisme	47
2.1.12	Calcul de l'avantage mécanique du mécanisme	48
2.2	Élaboration des critères de performance	49
2.2.1	Justification du choix des critères de performance	49
2.2.2	Hypothèses de calcul	50
2.2.3	Élaboration des critères de performance du mécanisme sans son système d'entraînement	51
2.2.4	Élaboration des critères de performance du mécanisme avec son système d'entraînement	54
2.3	Stratégies d'optimisation simultanée de plusieurs critères de performance	56
2.3.1	Présentation des méthodes les plus utilisées	56
2.3.1.1	Méthode de la somme pondérée	56
2.3.1.2	Méthode de soumission de certaines fonctions objectif à des contraintes	57
2.3.1.3	Méthode d'atteinte des objectifs fixés	57
2.3.2	Avantages et inconvénients des méthodes utilisées	58
2.3.3	Choix et utilisation pratique de la méthode à adopter	60

CHAPITRE III : DESIGN OPTIMAL DE CHAQUE DOIGT SÉPARÉ

EXCLUANT LE SYSTÈME D'ENTRAÎNEMENT	62
3.1 Définition des paramètres et variables de design	62
3.1.1 Paramètres	62
3.1.2 Variables de design	66
3.2 Formulation des fonctions objectif relatives à chacun des critères de performance	67
3.2.1 Fonction objectif relative au couple moteur maximal en $M : f_1(x)$	67
3.2.2 Fonction objectif relative à l'énergie consommée à travers le cycle de de fermeture du mécanisme: $f_2(x)$	68
3.2.3 Fonction objectif relative à l'erreur structurale sur l'angle de flexion TP2 : $f_3(x)$	69
3.2.4 Fonction objectif relative à la déviation de l'angle de transmission de sa valeur idéale : $f_4(x)$	69
3.2.5 Fonction objectif relative à l'erreur mécanique sur l'angle de flexion TP2 : $f_5(x)$	70
3.3 Formulation des contraintes d'égalité et d'inégalité	70
3.3.1 Contraintes d'égalité	70
3.3.1.1 Contraintes dues à l'équation vectorielle du mécanisme	71
3.3.2 Contraintes d'inégalité	71
3.3.2.1 Contraintes dues à l'angle de transmission du mécanisme	72

3.3.2.2 Contraintes permettant d'éviter les points de blocage dans le mécanisme	72
3.3.2.3 Contraintes garantissant l'obtention des membrures entrecroisées durant le mouvement du mécanisme	73
3.3.2.4 Contrainte relative au dépassement de la membrure motrice à l'intersection les limites inférieures des phalanges P1 et P2	74
3.3.2.5 Contrainte relative au dépassement de la membrure motrice à l'intersection du métacarpien du pouce M1 et de la phalange P1	75
3.4 Limites supérieures et inférieures des variables de design	76
3.4.1 Limites dues aux tolérances et aux jeux dans les joints	76
3.4.2 Limites sur les longueurs des membrures	76
3.4.3 Limites sur les angles	77
3.5 Formulation du problème d'optimisation relatif aux critères de performance	78
3.6 Présentation et discussion des résultats issus de l'optimisation des mécanismes des doigts et du pouce	80
3.6.1 Optimisation du mécanisme du pouce	82
3.6.2 Optimisation du mécanisme de l'index	84
3.6.3 Optimisation du mécanisme du majeur	85
3.6.4 Optimisation du mécanisme de l'annulaire	87
3.6.5 Optimisation du mécanisme de l'auriculaire	88
3.6.6 Comparaison et discussion des résultats issus de tous les doigts	90
3.6.6.1 Variables de design et fonctions objectif optimales	90

3.6.6.2 Analyse des vitesses et accélérations angulaires et avantage

mécanique des mécanismes optimaux	98
---	----

CHAPITRE 4 : DESIGN OPTIMAL DE CHAQUE DOIGT SÉPARÉ

AVEC SON SYSTÈME D'ENTRAÎNEMENT	105
--	------------

4.1 Définition des paramètres et variables de design	105
--	-----

4.1.1 Paramètres	105
------------------------	-----

4.1.2 Variables de design	107
---------------------------------	-----

4.2 Formulation des fonctions objectif relatives à chacun des critères de performance	109
---	-----

4.2.1 Fonction objectif relative au couple moteur maximal : $f_1(X)$	109
--	-----

4.2.2 Fonction objectif relative à l'énergie consommée à travers le cycle de fermeture du mécanisme : $f_2(X)$	110
--	-----

4.2.3 Fonctions objectif utilisées pour le mécanisme avec ou sans système d'entraînement	110
--	-----

4.3 Choix de la méthode d'optimisation simultanée de tous les critères	111
--	-----

4.4 Formulation des contraintes d'égalité et d'inégalité	111
--	-----

4.4.1 Contraintes d'égalité	112
-----------------------------------	-----

4.4.1.1 Contraintes dues à l'équation vectorielle du mécanisme	112
--	-----

4.4.1.2 Contrainte due au facteur de sécurité lié au design de la membrure motrice	112
--	-----

4.4.2 Contraintes d'inégalité	113
-------------------------------------	-----

4.4.2.1	Contrainte due à la tension limite dans le câble	113
4.4.2.2	Contrainte limitant la rotation de l'arbre moteur	114
4.4.2.3	Contraintes limitant le point de tirage à l'intérieur de son domaine	114
4.4.2.4	Contrainte limitant le câble entre la paume et le doigt	116
4.4.2.5	Contrainte relative à la défaillance de la membrure motrice	116
4.5	Limites supérieures et inférieures des variables de design	117
4.5.1	Limites dues aux tolérances sur les membrures et aux jeux dans les joints	117
4.5.2	Limites sur les longueurs des membrures	117
4.5.3	Limites sur les angles	117
4.5.4	Limites sur les variables relatives au système d'entraînement	118
4.6	Formulation du problème d'optimisation relatif aux critères de performance	118
4.7	Présentation et discussion des résultats issus de l'optimisation des mécanismes des doigts et du pouce	121
4.7.1	Optimisation du mécanisme du pouce	122
4.7.2	Optimisation du mécanisme de l'index	124
4.7.3	Optimisation du mécanisme du majeur	126
4.7.4	Optimisation du mécanisme de l'annulaire	128
4.7.5	Optimisation du mécanisme de l'auriculaire	130
4.7.6	Comparaison et discussion des résultats issus de tous les doigts	132

4.7.6.1 Variables de design et fonctions objectif optimales	132
4.7.6.2 Analyse des vitesses et accélérations angulaires et avantage mécanique des mécanismes optimaux	145
4.8 Impact du système d'entraînement sur le design optimal des mécanismes des doigts	152
4.8.1 Variables de design et fonctions objectif optimales	152
4.8.2 Vitesses et accélérations angulaires et avantage mécanique des mécanismes optimaux	157
CONCLUSION	179
BIBLIOGRAPHIE	182

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1.1 :	Angles de flexion des phalanges relatifs aux trois positions des doigts	20
Tableau 3.1 :	Dimensions linéaires relatives aux doigts et au pouce	63
Tableau 3.2 :	Angles de flexion des phalanges relatifs aux sept positions des doigts	65
Tableau 3.3 :	Relations entre les fonctions objectif f_i et F_i	79
Tableau 3.4 :	Variables de design optimales du pouce	82
Tableau 3.5 :	Valeurs optimales des fonctions objectif f_i relatives au pouce	83
Tableau 3.6 :	Variables de design optimales de l'index	84
Tableau 3.7 :	Valeurs optimales des fonctions objectif f_i relatives à l'index	85
Tableau 3.8 :	Variables de design optimales du majeur	86
Tableau 3.9 :	Valeurs optimales des fonctions objectif f_i relatives au majeur	86
Tableau 3.10 :	Variables de design optimales de l'annulaire	87
Tableau 3.11 :	Valeurs optimales des fonctions objectif f_i relatives à l'annulaire ...	88
Tableau 3.12 :	Variables de design optimales de l'auriculaire	89
Tableau 3.13 :	Valeurs optimales des fonctions objectif f_i relatives à l'auriculaire	89
Tableau 4.1 :	Coordonnées des centres des poulies motrices et de renvoi	105
Tableau 4.2 :	Paramètres nécessaires au design de la membrure motrice	106
Tableau 4.3 :	Valeurs limites des variables liées au système d'entraînement	108

Tableau 4.4 :	Relations entre les fonctions objectif f_i et F_i	120
Tableau 4.5 :	Variables de design optimales du pouce	123
Tableau 4.6 :	Valeurs optimales des fonctions objectif f_i relatives au pouce	124
Tableau 4.7 :	Variables de design optimales de l'index	125
Tableau 4.8 :	Valeurs optimales des fonctions objectif f_i relatives à l'index	126
Tableau 4.9 :	Variables de design optimales du majeur	127
Tableau 4.10 :	Valeurs optimales des fonctions objectif f_i relatives au majeur	128
Tableau 4.11 :	Variables de design optimales de l'annulaire	129
Tableau 4.12 :	Valeurs optimales des fonctions objectif f_i relatives à l'annulaire	130
Tableau 4.13 :	Variables de design optimales de l'auriculaire	131
Tableau 4.14 :	Valeurs optimales des fonctions objectif f_i relatives à l'auriculaire	132
Tableau A5.1 :	Index - couple-moteur - X_{01}	234
Tableau A5.2 :	Index - couple-moteur - X_{02} - contraintes actives	235
Tableau A5.3 :	Index - couple-moteur - X_{03} - contraintes actives	235
Tableau A5.4 :	Index - énergie consommée - X_{01}	236
Tableau A5.5 :	Index - énergie consommée - X_{02} - contraintes actives	236
Tableau A5.6 :	Index - énergie consommée - X_{03} - contraintes actives	237
Tableau A5.7 :	Index - erreur quadratique - X_{01} - Leastsq	237
Tableau A5.8 :	Index - erreur quadratique - X_{02} - Leastsq	238
Tableau A5.9 :	Index - erreur quadratique - X_{03} - Leastsq	238

Tableau A5.10 : Index - erreur quadratique - X_{04} - Leastsq	239
Tableau A5.11 : Index - déviation de l'angle de transmission - X_{01}	239
Tableau A5.12 : Index - déviation de l'angle de transmission - X_{02} - contraintes actives	240
Tableau A5.13 : Index - déviation de l'angle de transmission - X_{03} - contraintes actives	240
Tableau A5.14 : Index - erreur mécanique - X_{01}	241
Tableau A5.15 : Index - erreur mécanique - X_{02}	241
Tableau A5.16 : Index - erreur mécanique - X_{03}	242
Tableau A5.17 : Majeur - couple-moteur - X_{01}	242
Tableau A5.18 : Majeur- couple-moteur - X_{02} - contraintes actives	243
Tableau A5.19 : Majeur - couple-moteur - X_{03} - contraintes actives	243
Tableau A5.20 : Majeur - énergie consommée - X_{01}	244
Tableau A5.21 : Majeur - énergie consommée - X_{02} - contraintes actives	244
Tableau A5.22 : Majeur - énergie consommée - X_{03} - contraintes actives	245
Tableau A5.23 : Majeur - erreur quadratique - X_{01} - Leastsq	245
Tableau A5.24 : Majeur - erreur quadratique - X_{01} - Constr	246
Tableau A5.25 : Majeur - erreur quadratique - X_{02} - Constr	246
Tableau A5.26 : Majeur - erreur quadratique - X_{03} - Constr	247
Tableau A5.27 : Majeur - déviation de l'angle de transmission - X_{01}	247
Tableau A5.28 : Majeur - déviation de l'angle de transmission - X_{02} - contraintes actives	248

Tableau A5.29 : Majeur - déviation de l'angle de transmission - X_{03} - contraintes	
actives	248
Tableau A5.30 : Majeur - erreur mécanique - X_{01}	249
Tableau A5.31 : Majeur - erreur mécanique - X_{02} - contraintes actives	249
Tableau A5.32 : Majeur - erreur mécanique - X_{03} - contraintes actives	250
Tableau A5.33 : Annulaire - couple moteur - X_{01}	250
Tableau A5.34 : Annulaire - couple moteur - X_{02} - contraintes actives	251
Tableau A5.35 : Annulaire - couple moteur - X_{03} - contraintes actives	251
Tableau A5.36 : Annulaire - énergie consommée - X_{01}	252
Tableau A5.37 : Annulaire - énergie consommée - X_{02} - contraintes actives	252
Tableau A5.38 : Annulaire - énergie consommée - X_{03} - contraintes actives	253
Tableau A5.39 : Annulaire - erreur quadratique - X_{01} - Leastsq	253
Tableau A5.40 : Annulaire - erreur quadratique - X_{01} - Leastsq - $x(5)=360^\circ$	254
Tableau A5.41 : Annulaire - erreur quadratique - X_{02} - Leastsq - $x(5)=360^\circ$	254
Tableau A5.42 : Annulaire - erreur quadratique - X_{03} - Leastsq - $x(5)=360^\circ$	255
Tableau A5.43 : Annulaire - déviation de l'angle de transmission - X_{01}	255
Tableau A5.44 : Annulaire - déviation de l'angle de transmission - X_{02} - contraintes	
actives	256
Tableau A5.45 : Annulaire - déviation de l'angle de transmission - X_{03} - contraintes	
actives	256
Tableau A5.46 : Annulaire - erreur mécanique - X_{01}	257
Tableau A5.47 : Annulaire - erreur mécanique - X_{02} - contraintes actives	257

Tableau A5.48 : Annulaire - erreur mécanique - X_{03} - contraintes actives	258
Tableau A5.49 : Auriculaire - couple-moteur - X_{01}	258
Tableau A5.50 : Auriculaire - couple-moteur - X_{02} - contraintes actives	259
Tableau A5.51 : Auriculaire - couple-moteur - X_{03} - contraintes actives	259
Tableau A5.52 : Auriculaire - énergie consommée - X_{01}	260
Tableau A5.53 : Auriculaire - énergie consommée - X_{02}	260
Tableau A5.54 : Auriculaire - énergie consommée - X_{03}	261
Tableau A5.55 : Auriculaire - énergie consommée - X_{04}	261
Tableau A5.56 : Auriculaire - erreur quadratique - X_{01} - Leastsq	262
Tableau A5.57 : Auriculaire - erreur quadratique - X_{02} - Leastsq	262
Tableau A5.58 : Auriculaire - erreur quadratique - X_{03} - Leastsq	263
Tableau A5.59 : Auriculaire - déviation de l'angle de transmission - X_{01}	263
Tableau A5.60 : Auriculaire - déviation de l'angle de transmission - X_{02} - contraintes actives	264
Tableau A5.61 : Auriculaire - déviation de l'angle de transmission - X_{03} - contraintes actives	264
Tableau A5.62 : Auriculaire - erreur mécanique - X_{01} - contraintes actives	265
Tableau A5.63 : Auriculaire - erreur mécanique - X_{02} - contraintes actives	265
Tableau A5.64 : Auriculaire - erreur mécanique - X_{03} - contraintes actives	266
Tableau A5.65 : Pouce - couple-moteur	266
Tableau A5.66 : Pouce - énergie consommée	267
Tableau A5.67 : Pouce - erreur quadratique	267

Tableau A5.68 : Pouce - déviation de l'angle de transmission	268
Tableau A5.69 : Pouce - erreur mécanique	268

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1 : Squelette de la main et du poignet	5
Figure 1.2 : Articulations de la main et du poignet	6
Figure 1.3 : Six principaux modes de préhension	8
Figure 1.4 : Mécanisme à 3 membrures et à 3 DDL	9
Figure 1.5 : Mécanisme à 1 DDL	11
Figure 1.6 : Mécanisme à 5 membrures	13
Figure 1.7 : Mécanisme à 5 membrures munies d'engrenages	13
Figure 1.8 : Mécanisme à 6 membrures	14
Figure 1.9 : Mécanisme à 4 membrures	15
Figure 2.1 : Mécanisme à 4 membrures avec son système d'entraînement	32
Figure 2.2 : Principe de fonctionnement d'un doigt	32
Figure 2.3 : Paramètres du mécanisme des doigts	33
Figure 2.4 : Paramètres du mécanisme du pouce	34
Figure 2.5 : Paramètres du système d'entraînement	35
Figure 2.6 : Mécanisme motrice de la prothèse de Vinet et al.	37
Figure 2.7 : Jeu dans un joint	40
Figure 2.8 : Longueur effective d'une membrure	40
Figure 3.1 : Variable de design $x_1 = \theta_A$	90
Figure 3.2 : Variable de design $x_2 = \tau_2$	90
Figure 3.3 : Variable de design $x_3 = \tau_3$	90

Figure 3.4 : Variable de design $x_4=r_4$	90
Figure 3.5 : Variable de design $x_5=\theta_A$	91
Figure 3.6 : Couple moteur f_1	94
Figure 3.7 : Énergie consommée f_2	94
Figure 3.8 : Erreur quadratique f_3	95
Figure 3.9 : Déviation de l'angle de transmission f_4	95
Figure 3.10 : Erreur mécanique f_5	95
Figure 3.11 : Vitesse angulaire la membrure motrice	99
Figure 3.12 : Vitesse angulaire la membrure d'accouplement	99
Figure 3.13 : Vitesse angulaire la membrure entraînée	100
Figure 3.14 : Accélération angulaire la membrure motrice	101
Figure 3.15 : Accélération angulaire la membrure d'accouplement	101
Figure 3.16 : Accélération angulaire la membrure entraînée	102
Figure 3.17 : Avantage mécanique du mécanisme sans système d'entraînement	103
Figure 4.1 : Limites du domaine du point de tirage T	115
Figure 4.2 : Variable de design $x_1=\theta_A$	134
Figure 4.3 : Variable de design $x_2=r_2$	135
Figure 4.4 : Variable de design $x_3=r_3$	135
Figure 4.5 : Variable de design $x_4=r_4$	136
Figure 4.6 : Variable de design $x_5=\theta_A$	136
Figure 4.7 : Variable de design $x_6=t_m$	137
Figure 4.8 : Variable de design $x_7=x_T$	137

Figure 4.9 : Variable de design $x_8=y_T$	138
Figure 4.10 : Variable de design $x_9=d$	138
Figure 4.11 : Couple-moteur f_1	141
Figure 4.12 : Énergie consommée f_2	141
Figure 4.13 : Erreur quadratique f_3	142
Figure 4.14 : Déviation de l'angle de transmission f_4	142
Figure 4.15 : Erreur mécanique f_5	143
Figure 4.16 : Vitesse angulaire la membrure motrice	146
Figure 4.17 : Vitesse angulaire la membrure d'accouplement	147
Figure 4.18 : Vitesse angulaire la membrure entraînée	147
Figure 4.19 : Accélération angulaire la membrure motrice	148
Figure 4.20 : Accélération angulaire la membrure d'accouplement	149
Figure 4.21 : Accélération angulaire la membrure entraînée	149
Figure 4.22 : Avantage mécanique du mécanisme avec système d'entraînement	150
Figure 4.23 : Couple-moteur $f_{1S}-f_1$	154
Figure 4.24 : Énergie consommée $f_{2S}-f_2$	154
Figure 4.25 : Erreur quadratique $f_{3S}-f_3$	155
Figure 4.26 : Déviation de l'angle de transmission minimum $f_{4S}-f_4$	155
Figure 4.27 : Erreur mécanique $f_{5S}-f_5$	156
Figure 4.28 : Vitesse angulaire la membrure motrice du pouce	157
Figure 4.29 : Vitesse angulaire la membrure d'accouplement du pouce	158
Figure 4.30 : Vitesse angulaire la membrure entraînée du pouce	158

Figure 4.31 : Accélération angulaire la membrure motrice du pouce	159
Figure 4.32 : Accélération angulaire la membrure d'accouplement du pouce	159
Figure 4.33 : Accélération angulaire la membrure entraînée du pouce	160
Figure 4.34 : Avantage mécanique du mécanisme du pouce	160
Figure 4.35 : Vitesse angulaire la membrure motrice de l'index	161
Figure 4.36 : Vitesse angulaire la membrure d'accouplement de l'index	162
Figure 4.37 : Vitesse angulaire la membrure entraînée de l'index	162
Figure 4.38 : Accélération angulaire la membrure motrice de l'index	163
Figure 4.39 : Accélération angulaire la membrure d'accouplement de l'index	163
Figure 4.40 : Accélération angulaire la membrure entraînée de l'index	164
Figure 4.41 : Avantage mécanique du mécanisme de l'index	164
Figure 4.42 : Vitesse angulaire la membrure motrice du majeur	165
Figure 4.43 : Vitesse angulaire la membrure d'accouplement du majeur	166
Figure 4.44 : Vitesse angulaire la membrure entraînée du majeur	166
Figure 4.45 : Accélération angulaire la membrure motrice du majeur	167
Figure 4.46 : Accélération angulaire la membrure d'accouplement du majeur	167
Figure 4.47 : Accélération angulaire la membrure entraînée du majeur	168
Figure 4.48 : Avantage mécanique du mécanisme du majeur	168
Figure 4.49 : Vitesse angulaire la membrure motrice de l'annulaire	169
Figure 4.50 : Vitesse angulaire la membrure d'accouplement de l'annulaire	170
Figure 4.51 : Vitesse angulaire la membrure entraînée de l'annulaire	170
Figure 4.52 : Accélération angulaire la membrure motrice de l'annulaire	171

Figure 4.53 : Accélération angulaire la membrure d'accouplement de l'annulaire ...	171
Figure 4.54 : Accélération angulaire la membrure entraînée de l'annulaire	172
Figure 4.55 : Avantage mécanique du mécanisme de l'annulaire	172
Figure 4.56 : Vitesse angulaire la membrure motrice de l'auriculaire	173
Figure 4.57 : Vitesse angulaire la membrure d'accouplement de l'auriculaire	174
Figure 4.58 : Vitesse angulaire la membrure entraînée de l'auriculaire	174
Figure 4.59 : Accélération angulaire la membrure motrice de l'auriculaire	175
Figure 4.60 : Accélération angulaire la membrure d'accouplement de l'auriculaire	175
Figure 4.61 : Accélération angulaire la membrure entraînée de l'auriculaire	176
Figure 4.62 : Avantage mécanique du mécanisme de l'auriculaire	176
Figure A2.1 : DCL de la membrue entraînée QB	201
Figure A2.2 : DCL de la membrure d'accouplement AB	202
Figure A2.3 : Angle de transmission d'un mécanisme à quatre membrures	207
Figure A4.1 : DCL de la membrure motrice	215
Figure A4.2 : Angles définissant la configuration du mécanisme	223
Figure A4.3 : Dépassement à l'intersection des phalanges P1 et P2	224
Figure A4.4 : Dépassement à l'intersection du métacarpien M1 et de la phalange P1	227
Figure A4.5 : Limites du point de tirage	229
Figure A4.6 : Bras de levier de la force de tirage	230

LISTE DES ANNEXES

Annexe I :	Synthèse du mécanisme connaissant "n" positions output et "n" positions de la membrure de jonction	193
Annexe II :	Élaboration des critères de performance du mécanisme sans son système d'entraînement	201
Annexe III :	Élaboration des critères de performance du mécanisme avec son système d'entraînement	210
Annexe IV :	Développement des contraintes d'égalité et d'inégalité pour mécanisme avec ou sans son système d'entraînement	213
Annexe V :	Processus d'optimisation des mécanismes des doigts sans leur système d'entraînement	233

INTRODUCTION

Face au souci croissant de venir en aide aux personnes amputées d'une ou des deux mains, certains auteurs (Guo et al., 1990,1993; Guo et Qian, 1992; Vinet et al., 1995) ont effectué des travaux permettant de concevoir ou d'améliorer les prothèses de la main. Ces études, menées conjointement à celles relatives aux mains robotiques, ont largement contribué à améliorer le design souvent complexe des mains artificielles. En effet, Kapandji (1982), Pelletier et Vinet (1985) affirment que la main naturelle est une structure complexe ayant 21 DDL⁽¹⁾. Par conséquent, différents types de prothèses et de mains robotiques ont été étudiés et conçus afin d'obtenir une dextérité se rapprochant d'une certaine façon de celle de la main humaine.

La conception de ces différentes mains artificielles s'articule essentiellement autour de deux préoccupations majeures. Dans un premier temps, leur modélisation et leur synthèse posent avec acuité le problème du choix du mécanisme à adopter. Ce choix tient aussi compte du nombre de membrures, du type de joints, du nombre de DDL du mécanisme et du système d'entraînement des doigts. La deuxième préoccupation consiste en la définition des critères de performance adéquats et nécessaires à l'optimisation du mécanisme choisi.

⁽¹⁾ Degrés De Liberté.

L'objectif ultime de ces préoccupations est l'obtention de mains artificielles ressemblant en poids, volume et configuration à une main naturelle lors de l'accomplissement de ses fonctions de base que sont les prises : cylindrique, digitale, en crochet, tridigitale, sphérique et latérale .

L'atteinte de cet objectif n'est pas toujours aisée. Notre recherche met donc un accent particulier sur les deux préoccupations ci-dessus évoquées en ce qui concerne exclusivement les prothèses de la main. C'est ainsi qu'elle vise d'une part à proposer un mécanisme simple pour la modélisation des doigts et de son système d'entraînement et d'autre part à élaborer de nouveaux critères de performance pour l'optimisation de ce mécanisme utilisé dans une prothèse multifonctionnelle de la main. Pour mener à bien notre étude, nous nous inspirons des recherches faites non seulement sur les mécanismes à plusieurs membrures, mais aussi sur ceux utilisés dans les mains artificielles.

La présente thèse est organisée comme suit :

Au chapitre 1, nous présentons une étude bibliographique comportant sept étapes. La première étape décrit l'anatomie et les fonctions d'une main naturelle. La deuxième est relative aux types de mécanismes utilisés dans les mains artificielles. La troisième et la quatrième portent respectivement sur les critères de performance utilisés dans les mains artificielles et sur ceux intervenant dans le design optimal des mécanismes à plusieurs membrures rencontrés dans d'autres applications. La cinquième étape est relative aux

stratégies adoptées pour optimiser simultanément plusieurs critères de performance. La sixième et la dernière présentent respectivement l'état d'avancement des recherches sur les prothèses de la main et la contribution de l'auteur visant à améliorer cet état.

Le chapitre 2 est d'abord consacré à la description du mécanisme utilisé dans la prothèse de la main que nous nous proposons d'étudier. Il consiste ensuite à développer de nouveaux critères de performance pour l'optimisation de ce mécanisme.

Les chapitres 3 et 4 présentent respectivement le design optimal de chaque doigt séparé excluant le système d'entraînement et le design optimal de chaque doigt séparé avec son système d'entraînement. Chacun de ces deux chapitres comporte l'analyse et la discussion des résultats obtenus, l'analyse des vitesses et accélérations angulaires des membrures et le calcul de l'avantage mécanique des mécanismes optimaux. Le chapitre 4 se termine par une comparaison des résultats des deux chapitres avec ceux de la littérature.

La conclusion résume brièvement les résultats obtenus et donne quelques suggestions de recherche pour des travaux futurs.

CHAPITRE I

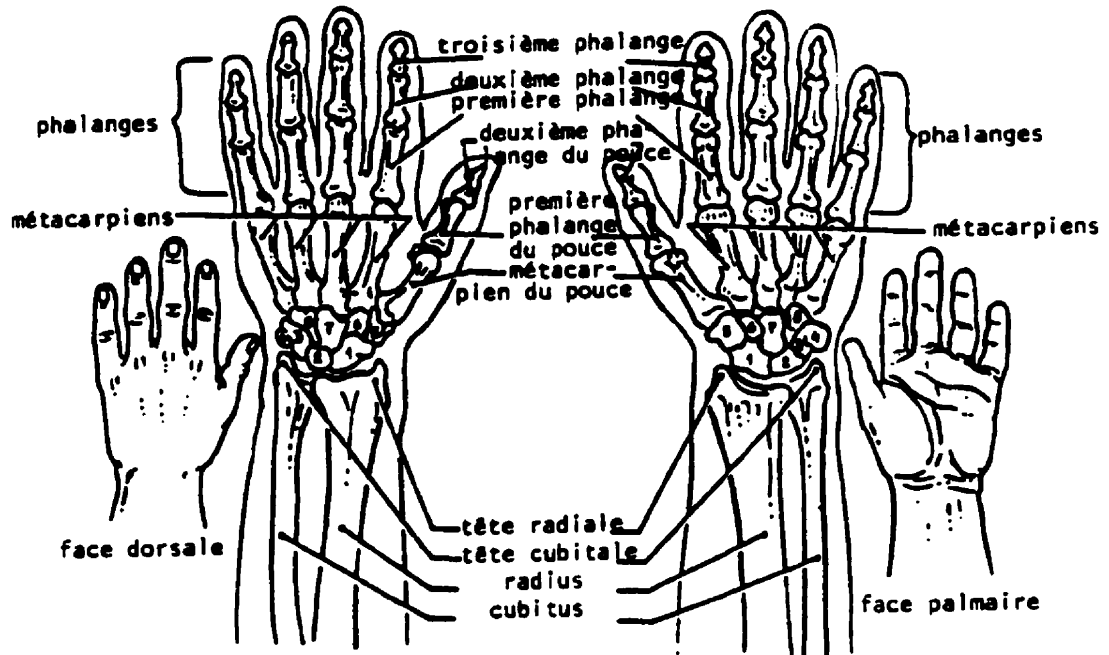
ÉTUDE BIBLIOGRAPHIQUE

Le design optimal des mécanismes à plusieurs membrures utilisés dans les prothèses de la main est fortement influencé par le choix de ces mécanismes et des critères de performance utiles à leur optimisation. En effet, le choix adéquat de ces mécanismes et critères permet d'obtenir des prothèses ressemblant en volume, en poids et en configuration à une main naturelle et remplissant approximativement ses fonctions de base. Pour atteindre au mieux cet objectif, notre étude s'inspire de nombreuses recherches faites sur les mains artificielles et les mécanismes à plusieurs membrures. De cette revue de la littérature se dégage une problématique servant de base à notre recherche.

1.1 Anatomie descriptive et fonctionnelle de la main

1.1.1 Anatomie et terminologie

Selon Kapandji (1982) , Pelletier et Vinet (1985), la main naturelle est une structure complexe qui possède 21 degrés de liberté : 4 DDL pour chacun des quatre doigts et 5 DDL pour le pouce. Les figures 1.1 et 1.2 présentent respectivement le squelette et les articulations de la main.



Carpes

Rangée antibrachiale

1. Scaphoïde
2. Semi-lunaire
3. Pyramidal
4. Pisiforme

Rangée métacarpienne

5. Trapèze
6. Trapézoïde
7. Grand os
8. Os crochu

Figure 1.1 : Squelette de la main et du poignet (Pelletier et Vinet, 1985)

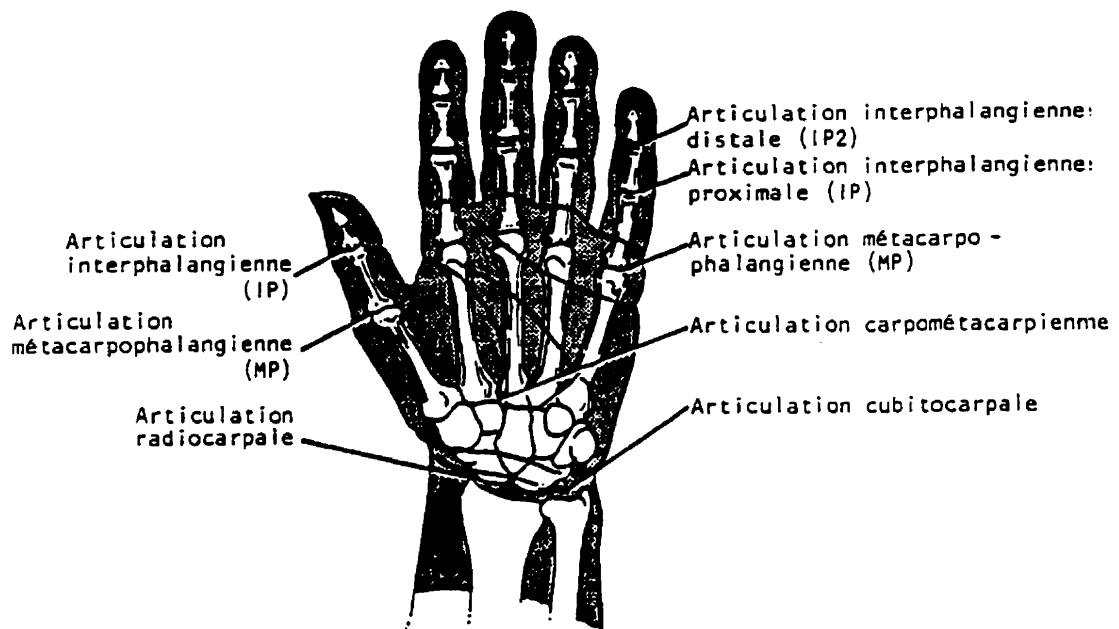


Figure 1.2 : Articulations de la main et du poignet (Pelletier et Vinet, 1985)

1.1.2 Principaux modes de préhension d'une main naturelle

La modélisation des doigts et de leur système d'entraînement par des mécanismes à un ou plusieurs DDL a surtout trouvé son application pratique dans la conception des mains robotiques. L'utilité de ces mains, mise en exergue par Cutkosky (1989), Guo, Gruver et Qian (1992), Salisbury et Craig (1982), consiste en la prise, l'assemblage et la manipulation délicate et complexe des objets. En effet, plusieurs recherches menées par Bekey et al. (1990), Cutkosky (1989), Demmel et Lafférière (1989), Guo, Gruver et al. (1992), Jacobsen et al. (1984), Kerr et Roth (1986), Rakic (1989), Salisbury et Craig

(1982) ont contribué à la conception et à l'amélioration de ces mains. D'autres auteurs (Guo et al., 1990, 1993 ; Guo, Qian et Gruver , 1992) ont effectué des travaux portant sur des mains artificielles servant à la fois de mains robotiques et de prothèses de la main. Vinet et al. (1995) ont étudié exclusivement une prothèse multifonctionnelle de la main.

Compte tenu de la multitude de degrés de liberté d'une main naturelle et des modes de préhension possibles, six seulement de ces modes ont retenu l'attention de certains chercheurs. Il s'agit des prises cylindrique, digitale, en crochet, tridigitale, sphérique et latérale (figure 1.3).

Napier (1956) suggère la répartition de tous les modes possibles en deux catégories : la prise puissante et la prise de précision. La première est recommandée lorsque la stabilité et la sécurité sont prédominantes. Dans ce cas, il existe une grande région de contact entre les surfaces des doigts et l'objet. La seconde catégorie est nécessaire lorsque la sensibilité et la dextérité sont requises. L'objet est alors serré entre les bouts des doigts et le pouce.

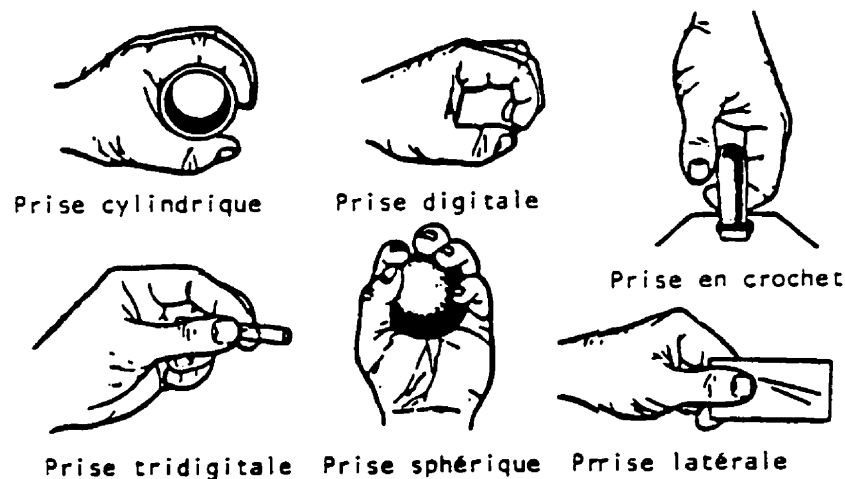


Figure 1.3 : Six principaux modes de préhension (Pelletier et Vinet, 1985)

Afin de simplifier l'étude des mains robotiques, plusieurs auteurs (Abel et al., 1985 ; Cheng et Orin, 1990 ; Cutkosky, 1989 ; Demmel et Lafférière, 1989 ; Guo, Gruver et Jin, 1992 ; Guo, Gruver et Zhang, 1992 ; Ker et Roth, 1986 ; Kumar et Waldron, 1988) ont opté pour la deuxième catégorie en y incluant le critère de stabilité. D'autres auteurs (Bekey et al., 1990 ; Guo, Gruver et Qian, 1992 ; Guo et al., 1993 ; Jacobsen et al., 1984 ; Rakic, 1989 ; Salisbury et Craig, 1982) ont par contre choisi de combiner les deux catégories et d'adopter par conséquent les six principaux modes de préhension ci-dessus évoqués. Quelle que soit la méthode choisie, les mécanismes retenus pour la modélisation des doigts et de leurs systèmes d'entraînement sont relativement complexes.

1.2 Mécanismes utilisés dans les mains artificielles

1.2.1 Mécanismes utilisés dans les mains robotiques

Les mains robotiques comportent pour la plupart plusieurs DDL. Guo, Gruver et Qian (1992) ont conçu une main robotique à 9 DDL. Elle a trois doigts constitués chacun d'un mécanisme à circuit ouvert de 3 membrures et à 3 joints à cheville. Chacun des joints est contrôlé par un moteur et deux câbles (figure 1.4). Par conséquent, cette main requiert au total 9 moteurs pour son système d'entraînement. Son inconvénient réside dans le fait que le nombre de DDL et sa complexité sont proportionnels au nombre de doigts dont les systèmes d'entraînement sont indépendants.

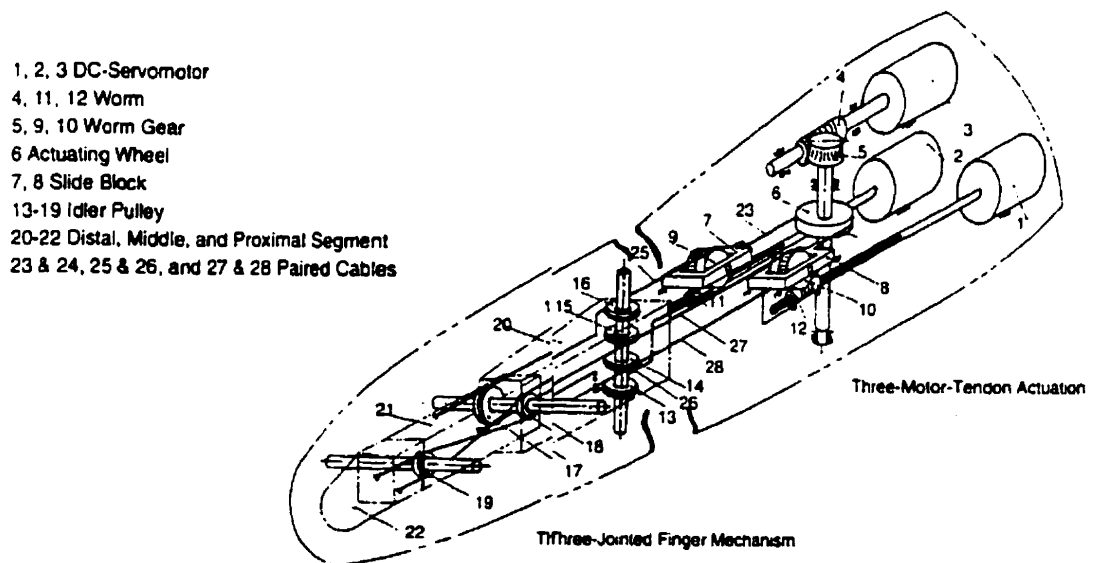


Figure 1.4 : Mécanisme à 3 membrures et à 3 DDL (Guo, Gruver et Qian, 1992)

Jacobsen et al. (1984) ont mis au point la main d'UTAH/M.I.T.⁽¹⁾ qui comporte 16 DDL. Elle a 4 doigts entraînés chacun par 8 cylindres pneumatiques et 8 câbles. Chaque doigt est modélisé par un mécanisme à 4 DDL et à 4 joints contrôlés chacun par 2 cylindres pneumatiques et deux câbles.

Salisbury et Craig (1982) ont étudié la main de Stanford/JPL⁽²⁾ qui a 9 DDL et 3 doigts. Chaque doigt, entraîné par 4 moteurs et 4 câbles combinés de façon adéquate, est constitué d'un mécanisme à 3 DDL, à 3 membrures et à 3 joints à cheville.

Par rapport aux mains de Stanford/JPL et d'UTAH/M. I. T., celle de Guo, Gruver et Qian (1992), bien que complexe, a l'avantage d'avoir un nombre de DDL réduit correspondant au nombre de moteurs requis pour assurer sa mobilité.

La complexité des mains artificielles a été réduite grâce aux travaux de certains chercheurs. En effet, Bekey et al. (1990) ont étudié la main de Belgrade/USC⁽³⁾ qui a 5 doigts, 4 DDL et est entraînée par 4 moteurs : un moteur pour chaque paire de doigts et deux pour le pouce.

⁽¹⁾ Massachusetts Institute of Technology.

⁽²⁾ Jet Propulsion Laboratory.

⁽³⁾ University Of Southern California.

Par ailleurs, la main de Rakic (1989) comporte 5 doigts avec 3 DDL et 3 servomoteurs : un servomoteur pour le pouce et un servomoteur pour chaque paire de doigts. Chacun des doigts est modélisé par un mécanisme à 1 DDL activé par un levier (figure 1.5).

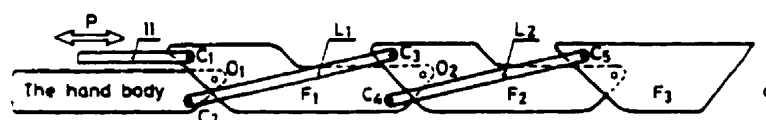


Figure 1.5 : Mécanisme à 1 DDL (Rakic, 1989)

Tomovic et al. (1987), quant à eux, ont conçu une main comportant des mécanismes ayant 1 seul DDL. Cette main comporte 5 doigts et 2 moteurs pour la sélection des prises à 3 ou à 5 doigts.

1.2.2 Mécanismes utilisés dans les prothèses de la main

Il ressort de ce qui précède que la technique de réduction du nombre de DDL et de la complexité d'une main artificielle consiste entre autres à utiliser un mécanisme à 1 DDL pour chaque doigt et à coupler deux ou plusieurs doigts. C'est sur ce principe que sont conçues les prothèses de la main. Les recherches faites sur ces prothèses par Guo et al. (1990,1993), Guo, Qian et Gruver (1992), Vinet et al. (1995), ont l'avantage d'aboutir à des mains anthropomorphiques et auto-adaptables à 1 seul DDL : tous les doigts sont

modélisés chacun par un mécanisme à 1 DDL et sont en même temps entraînés par un seul et même moteur. Cependant, la conception de ce mécanisme et de son système d'entraînement revêt souvent un caractère de complexité.

Pour coordonner les mouvements des doigts couplés, différents types de mécanismes et de systèmes d'entraînement sont proposés.

La main de Guo et al. (1990), basée sur la modélisation de la prise tridigitale d'une main naturelle, comporte des mécanismes à 5 membrures (OA fixe, AC, OB, BCE et EGF) munis chacun d'un système auto-adaptable lié à la membrure extrême et consistant en un système poulie-courroie entrecroisée (figure 1.6).

Guo, Qian et Gruver (1992) ont conçu une main à trois doigts remplissant trois fonctions : les prises tridigitale, cylindrique et digitale. Chaque mécanisme est semblable à celui de la figure 1.6 dont le système poulie-courroie a été remplacé par quatre engrenages F2 (figure 1.7). Ce nouveau mécanisme comporte 5 membrures (F1, F3, F4, F5 et le support F6) dont le système d'entraînement comprend un levier, une barre active P12 et des engrenages F2 situés au niveau des joints et membrures. Par ailleurs, cette main est dotée d'une transmission automatique par engrenages à vitesse variable.

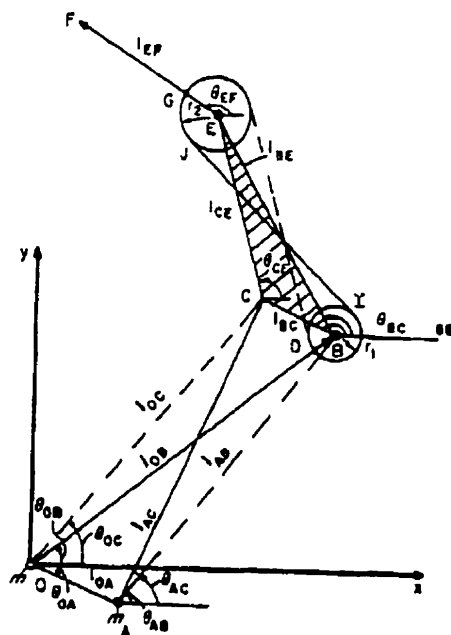


Figure 1.6 : Mécanisme à 5 membrures (Guo et al., 1990)

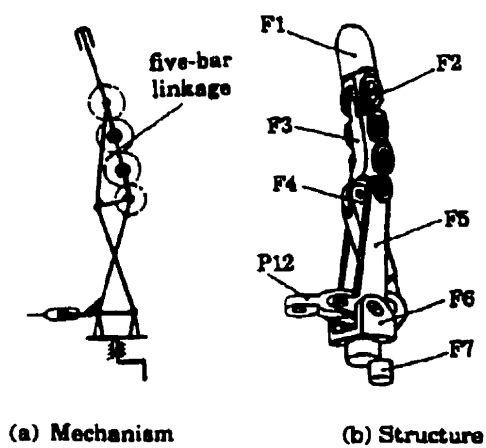


Figure 1.7 : Mécanisme à 5 membrures munies d'engrenages
(Guo, Qian et Gruver, 1992)

Guo et al. (1993) ont étudié une main basée sur la modélisation des prises cylindrique et digitale d'une main naturelle. Elle a trois doigts dotés chacun d'un mécanisme à 6 membrures (OA fixe, OB, ACD BCE, DF et EFG) formé d'une série de deux mécanismes à 4 membrures entrecroisées (figure 1.8).

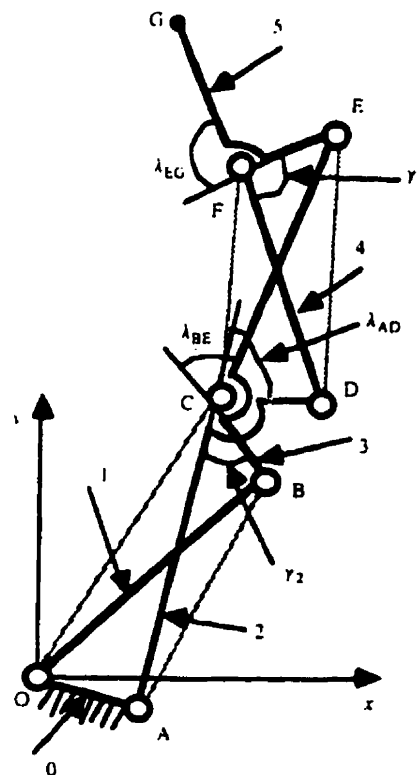


Figure 1.8 : Mécanisme à 6 membrures (Guo et al., 1993)

Vinet et al. (1995) ont conçu une main à 5 doigts composée de mécanismes à 4 membrures (QM fixe, QB, BA et MA) (figure 1.9) activés chacun par un câble attaché

de façon adéquate à la membrure motrice (MA). L'auto-adaptabilité de ces mécanismes est assurée par l'utilisation d'un ressort de torsion ayant une tension initiale et situé au niveau de la poulie sur laquelle le câble est fixé. Les avantages qu'offre cette main par rapport aux autres sont l'utilisation de mécanismes simples et la définition d'un nouveau plan d'action du pouce dont la flexion a lieu dans un plan à 45° par rapport à celui du majeur. Ce nouveau plan d'action confère à cette main la possibilité d'accomplir les six modes de préhension évoqués plus haut. Par ailleurs, les doigts sont couplés et relativement positionnés les uns des autres afin de permettre une meilleure prise des objets.

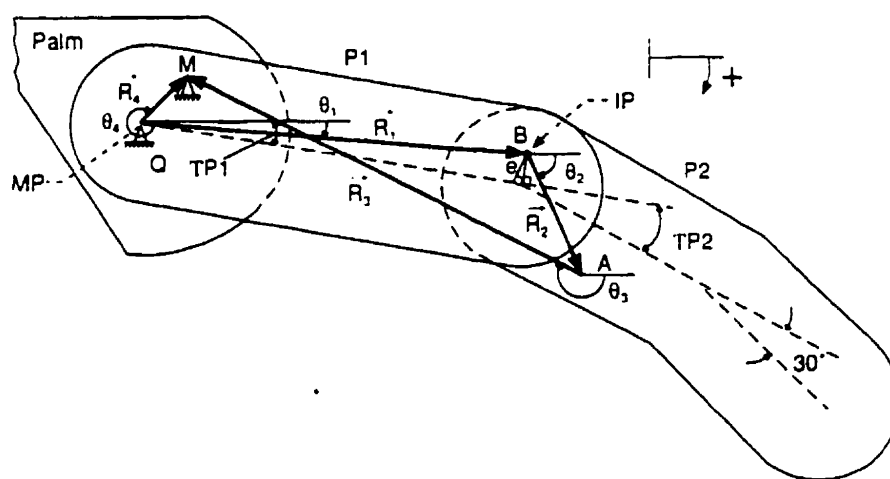


Figure 1.9 : Mécanisme à 4 membrures (Vinet et al., 1995)

1.3 Critères de performance utilisés pour l'optimisation des mécanismes des doigts

Les systèmes d'entraînement jumelés aux mécanismes des doigts devraient permettre aux mains artificielles d'accomplir les fonctions de base d'une main naturelle et de lui ressembler en volume, en poids et en configuration. Pour s'assurer de la capacité de ces mains à satisfaire l'une ou l'autre de ces exigences, plusieurs critères de performance ont été élaborés seulement pour l'optimisation des mécanismes des doigts indépendamment des systèmes d'entraînement.

1.3.1 Critères utilisés pour les mécanismes des mains robotiques

Les critères de performance les plus utilisés pour l'optimisation des mains robotiques sont :

- les forces de contact ;
- la perturbation due aux forces extérieures ;
- le temps nécessaire à assurer une stabilité asymptotique de l'objet ;
- les forces internes ;
- le volume de travail.

La flexibilité, la dextérité et la précision sont toujours requises lors de la manipulation et du transport des objets par les mains robotiques. Ce transport ayant souvent lieu à des vitesses élevées, la stabilité de la préhension doit être assurée. Le mode de préhension le

plus utilisé et le plus facile à analyser par les auteurs est la prise tridigitale ou multidigitale à l'aide des bouts des doigts. Afin d'assurer une stabilité et une fiabilité de ce mode de préhension, certains critères de performance ont été élaborés en tenant compte du coefficient de frottement statique au niveau des surfaces en contact.

Abel et al. (1985), Cheng et Orin (1990), Demmel et Lafferrière (1989) ont considéré une distribution optimale des forces de contact en minimisant l'effet des forces de frottement. Par conséquent, le problème revient à minimiser le maximum des angles entre chacune des forces transmises par les doigts et la normale y afférente.

Guo, Gruver et Jin (1992) et Guo, Gruver et Zhang (1992) ont étudié l'effet des forces extérieures venant perturber l'équilibre statique de l'objet et la stabilité du contact. Leurs travaux consistent d'une part à maximiser cette perturbation (Guo, Gruver et Jin, 1992) et d'autre part à minimiser le temps nécessaire à assurer une stabilité asymptotique de l'objet (Guo, Gruver et Zhang, 1992). Les conditions d'équilibre statique et de stabilité du contact sont respectées durant le processus d'optimisation.

Kerr et Roth (1986) ont étudié et optimisé les forces internes permettant d'équilibrer les forces des doigts et celles provenant du milieu extérieur tout en imposant des contraintes sur les forces de frottement et le couple-moteur.

Salisbury et Craig (1982) ont procédé à l'optimisation des dimensions physiques des mécanismes en utilisant le critère de volume de travail maximal. Ce volume correspond à l'espace à l'intérieur duquel l'objet peut être saisi relativement à un mode de préhension spécifié.

Tous ces critères de performance utilisés pour l'optimisation des mains robotiques ont permis d'améliorer la conception des prothèses de la main.

1.3.2 Critères utilisés pour les mécanismes des prothèses de la main

L'optimisation des mécanismes que comportent les prothèses de la main s'est faite grâce à l'utilisation simultanée de plusieurs critères de performance que sont :

- la vitesse de flexion des doigts ;
- le poids du mécanisme ;
- l'erreur structurale sur les angles de flexion et sur la trajectoire ;
- l'efficacité de la transmission ;
- le couple-moteur maximal.

Guo, Qian et Gruver (1992) ont défini deux critères à optimiser : la vitesse de flexion et les forces de contact aux bouts des doigts.

Guo et al. (1990,1993) ont observé la similitude de tous les doigts d'une main naturelle, excepté le pouce, quant à leur configuration lors de l'accomplissement des fonctions de base. Pour ce faire, seul le majeur a fait l'objet d'une modélisation quant au choix du mécanisme et à sa configuration réelle lors des prises tridigitale (Guo et al., 1990), digitale et cylindrique (Guo et al., 1993). Les critères de performance à optimiser sont au nombre de trois pour Guo et al. (1990) et de quatre pour Guo et al. (1993). Les trois critères communs à ces recherches sont : le poids, l'erreur structurale entre les angles de flexion de la deuxième (Guo et al., 1990) ou de la troisième (Guo et al., 1993) phalange du majeur et ceux de la membrure correspondante, l'erreur structurale entre la trajectoire de l'articulation interphalangienne distale⁽¹⁾ (Guo et al., 1990) ou de l'extrémité du majeur (Guo et al., 1993) et celle des points correspondants sur le mécanisme choisi. Le quatrième critère de performance (Guo et al., 1993) est l'efficacité de la transmission permettant de réduire la puissance consommée par le frottement aux joints. Les forces d'inertie sont négligées puisque la vitesse du mouvement des doigts est lente et le poids faible.

Vinet et al. (1995) ont mené une étude pour chacun des cinq doigts séparément afin de déterminer graphiquement leur géométrie. La synthèse graphique des mécanismes utilisés s'est faite à partir de trois positions des doigts correspondant respectivement à la position d'ouverture ou de fonction, à la prise tridigitale ou latérale et à la prise de

⁽¹⁾ Articulation entre les deuxième et troisième phalanges (la troisième phalange, encore appelée phalange distale, comprend l'extrémité du doigt)

fermeture (tridigitale ou latérale). À l'aide du logiciel CATIA, ils ont montré que, pour chacun des doigts sauf le pouce, les angles de flexion, mesurés entre les membrures à un joint donné, sont identiques aussi bien pour la prise tridigitale que pour la prise latérale. Il en est de même pour les angles de flexion relatifs à la position de fermeture lors des prises tridigitale et latérale (tableau 1.1). Une tentative d'optimisation a été menée afin de minimiser le couple maximal sur la membrure motrice de chacun des mécanismes en imposant une force de 45 N aux bouts des doigts.

Tableau 1.1 : Angles de flexion des phalanges relatifs aux trois positions des doigts
(Vinet et al., 1995)

Finger	Joint Identification	Flexion angles in degrees*				
		HO	TP	LP	TC	LC
Thumb	CMP	8	27	28.5	8	8
	MP (fixed)	10	10	10	10	10
	IP	10	33	33	10	10
Index (forefinger)	MP	10	53	53	77	77
	IP1	20	49	49	80	80
	IP2 (fixed)	30	30	30	30	30
Second finger	MP	15	61	61	80	80
	IP1	20	48	48	80	80
	IP2 (fixed)	30	30	30	30	30
Ring finger	MP	20	60	60	80	80
	IP1	20	65	65	80	80
	IP2 (fixed)	30	30	30	30	30
Little finger	MP	20	66	66	82	82
	IP1	20	67	67	82	82
	IP2 (fixed)	30	30	30	30	30
Thumb	Inclination	25 or 59	25	59	25	59

* The flexion angle of a phalanx is measured between finger segments at the joint. All flexion angles are zero at the reference position, excluding the fixed joints. The zero reference position of the CMP joint is orthogonal to the plane of the palm. HO = hand open, resting position; TP = tridigital prehension; LP = lateral prehension; TC = closure position, tridigital; LC = closure position, lateral.

Les mécanismes utilisés dans les prothèses de la main fonctionnent généralement à de faibles vitesses et participent à l'accomplissement des fonctions de base de ces prothèses. Par conséquent, les critères basés sur le mouvement ou la position des membrures sont les plus utilisés dans l'optimisation de tels mécanismes.

1.4 Critères de performance pour l'optimisation des mécanismes utilisés dans d'autres applications

Dans la littérature, plusieurs travaux font état de la synthèse optimale des mécanismes à plusieurs membrures. Ces mécanismes sont, pour la plupart, utilisés pour guider un corps rigide, générer une trajectoire, passer par des positions prescrites ou réaliser une relation fonctionnelle entre le mouvement de la membrure motrice et celui de la membrure entraînée. L'optimisation de ces mécanismes fait généralement appel à au moins un des six critères de performance suivants : l'erreur de design, l'erreur structurale, la qualité de la transmission, l'angle de transmission, la fiabilité liée à l'erreur de design ou à l'erreur structurale, l'erreur mécanique.

L'erreur de design (Angeles et Bernier, 1987 ; Kulkarni et Khan, 1983 ; Liu et Angeles, 1992 ; Rhyu et Kwak, 1988 ; Zanganeh et Angeles, 1994) est basée sur l'erreur résiduelle dans l'équation de Freudenstein (Lakis, 1988 ; Mabie et Reinholtz, 1987 ; Norton, 1992) qui est une relation entre la position de la membrure motrice et celle de la membrure entraînée des mécanismes plans.

L'erreur structurale (Chuang, 1987 ; Cossalter, 1992 ; Dhingra, 1991 ; Grewal, 1985 ; Kacachios, 1983 ; McGarva, 1995 ; Ogot, 1993 ; Rakic, 1989 ; Yin, 1990 ; Zanganeh, 1994) porte sur le déplacement angulaire d'une membrure ou sur le déplacement curviligne d'un point du mécanisme. Elle représente la différence entre les déplacements qu'on désire obtenir et ceux réellement obtenus.

La qualité de la transmission (Angeles et Bernier, 1987 ; Gosselin et Angeles, 1989 ; Zanganeh et Angeles, 1994) est souvent remplacée pour plus de commodité par son complément : le défaut de la transmission quantifié par une forme quadratique définie positive égale à la somme du carré de la valeur moyenne du cosinus de l'angle de transmission et du carré de la variance de ce cosinus.

L'angle de transmission (Benner et Erdman, 1992 ; Chuang et Chiang, 1987 ; Dhingra et Rao, 1991 ; Kerr et Roth, 1986 ; McGarva, 1995 ; Yin et Wu, 1990) est un autre test utile qui permet de juger rapidement de la qualité de la transmission du mouvement dans un mécanisme. Il est défini comme étant la valeur absolue de l'angle aigu résultant de la différence des angles des membrures d'accouplement et entraînée à travers lesquelles une force ou une vitesse peuvent être transmises (Norton, 1992). Sa valeur idéale est de 90° .

La fiabilité liée à l'erreur de design ou à l'erreur structurale (Sukhija et Rao, 1986) se traduit par la probabilité pour qu'un mécanisme reproduise exactement la trajectoire

désirée ou passe par les positions prescrites. L'erreur commise à chaque position du mécanisme est considérée dans ce cas comme une variable aléatoire distribuée selon la loi normale. Connaissant le nombre de points ou le nombre de positions, on peut calculer la moyenne, l'écart-type et enfin la fiabilité de cette erreur.

L'erreur mécanique (Rhyu et Kwak, 1988 ; Sakamoto et al., 1990) est due aux tolérances sur les longueurs des membrures et aux jeux dans les joints. Cela confère donc une nature stochastique aux variables de design distribuées selon la loi normale. Cette erreur se traduit par la tolérance (égale à trois fois l'écart-type) soit sur l'angle de sortie, soit sur les coordonnées du point devant décrire une trajectoire spécifiée. Cet angle ou ces coordonnées sont des variables aléatoires puisqu'ils s'expriment en fonction des variables de design aléatoires du mécanisme.

À ces critères de performance, s'ajoutent d'autres critères tels que : le couple-moteur (Dhingra et Rao, 1991) requis pour produire les mouvements souhaités et équilibrer les forces en présence ; la puissance consommée (Rigelman et Kramer, 1988) par le mécanisme à travers son cycle ; la fiabilité en fatigue (Howell et al., 1994) dans le cas de contraintes cycliques induites dans les membrures flexibles.

Le coût de fabrication (Lee et al., 1993 ; Rhyu et Kwak, 1988) qui est inversement proportionnel aux tolérances dimensionnelles et aux jeux dans les joints, le poids (Yue-Qing, 1993) et la sensibilité du design aux petites variations sur les longueurs des

membrures (Benner et Erdman, 1992 ; Lee et al., 1992 ; Sandgren, 1990) sont d'autres critères utilisés dans l'optimisation de ces mécanismes.

1.5 Stratégies d'optimisation simultanée de plusieurs critères de performance

Lors de l'optimisation des mécanismes à plusieurs membrures, l'un des défis majeurs consiste à définir les critères de performance, à choisir une stratégie d'optimisation adéquate et à définir judicieusement les valeurs de départ à attribuer aux variables de design. En effet, chacun des critères conduit à un design optimal. Il y a donc autant de designs optimaux qu'il y a de critères.

Face à ces multiples critères de performance, trois différentes stratégies d'optimisation sont mentionnées dans la littérature :

- Certains auteurs (Cossalter, 1992 ; Gosselin, 1989 ; Howell, 1994 ; Kacachios, 1983 ; Lee, 1992 ; Liu, 1992 ; Ogot, 1993), en fonction de leurs préoccupations respectives, ont utilisé chacun un seul critère de performance dans le processus d'optimisation en imposant des contraintes de mobilité.
- D'autres font appel à plus d'un critère de performance. Le critère le plus important est utilisé dans la fonction objectif tandis que les autres sont soumis à des contraintes. En effet, Kulkarni et Khan (1983) minimisent l'erreur de design et imposent une

contrainte d'égalité entre les déviations des angles de transmission minimal et maximal de la valeur idéale de 90° . Lee et al. (1993) font état du caractère conflictuel entre le coût de fabrication et l'erreur mécanique. En effet, plus les tolérances sont serrées, plus le coût est élevé. Pour ce faire, ils appliquent le même coût à toutes les tolérances et minimisent par conséquent le coût de fabrication en imposant une limite à l'erreur mécanique. Rigelman et Kramer (1988) minimisent la puissance moyenne consommée et limitent le couple-moteur maximal et l'erreur structurale à des valeurs respectives données. Enfin, Yin et Wu (1990) minimisent l'erreur structurale en considérant les effets des jeux aux joints et imposent des contraintes d'inégalité à l'angle de transmission.

- Une autre stratégie d'optimisation consiste à combiner plusieurs critères de performance dans la fonction objectif (Angeles, 1987 ; Benner, 1992 ; Chuang, 1987 ; Dhingra, 1991 ; McGarva, 1995 ; Rhyu, 1988 ; Sandgren, 1990 ; Zanganeh, 1994). Puisque certains critères sont plus importants que d'autres, il importe d'évaluer graphiquement ou analytiquement chacun des critères en utilisant les mêmes contraintes ou équations. Cette analyse préliminaire s'avère nécessaire dans la mesure où elle fait ressortir le caractère conflictuel de certains critères, permet d'éliminer ceux qui sont redondants et conduit au classement des critères restants selon leur priorité ou leur importance. Grâce à cette démarche, Liu et Angeles (1992), Zanganeh et Angeles (1994) font état de la redondance entre l'erreur de design et l'erreur structurale ; Rhyu et Kwak (1988) font ressortir le caractère conflictuel entre le coût

de fabrication et l'erreur mécanique ; Benner et Erdman (1992), Lee et al. (1992) ont relevé l'influence de l'angle de transmission sur la sensibilité des variables dépendantes de sortie (les angles des membrures entraînée et de jonction) par rapport aux variables indépendantes de design (les longueurs des membrures). À l'issue de cette analyse préliminaire, la fonction objectif qui résulte des critères retenus consiste en une combinaison linéaire de ceux-ci. L'importance relative de chacun des critères est donc prise en compte dans le facteur qui le pondère. Ces facteurs permettent en fin de compte de ne retenir que les critères influençant fortement le design optimal. En effet, Guo et al. (1993) ont proposé au départ quatre critères de performance. L'efficacité de la transmission et l'erreur structurale sur les angles de flexion sont les seuls critères ayant des pondérations plus élevées que celles des deux autres critères que sont le poids et l'erreur structurale sur la trajectoire.

1.6 Synthèse de la revue de la littérature

Pour concevoir des prothèses de la main ressemblant approximativement aux mains naturelles en poids, volume et configuration dans l'accomplissement des différentes fonctions de base, plusieurs auteurs ont proposé des mécanismes et des critères de performance pour leur optimisation.

La revue de la littérature permet de constater que ces mécanismes, munis de leurs systèmes d'entraînement, pèsent lourds et sont plus ou moins complexes.

Les études présentées dans la littérature ne concernent en général qu'un seul doigt de la prothèse. En effet, en assumant que tous les doigts, excepté le pouce, sont similaires dans leur configuration, l'analyse d'un seul doigt est menée par Bekey et al. (1990), Guo et al. (1990, 1993).

Par contre, Vinet et al. (1995) ont procédé à cinq designs (non optimaux) différents correspondant aux cinq doigts de la main.

La synthèse des mécanismes des prothèses est généralement basée sur le modèle mathématique de la position et du déplacement de l'extrémité des doigts.

Les critères de performance utilisés pour l'optimisation des mécanismes ne tiennent compte que des dimensions nominales des membrures et négligent les jeux aux joints.

1.7 Contribution de l'auteur

Afin de réduire le poids et la complexité des prothèses de la main, nous proposons un mécanisme simple, à 1 DDL, basé sur celui à 4 membrures étudié par Vinet et al. (1995). L'optimisation de ce mécanisme nous permet de mettre en exergue notre contribution à l'avancement du design optimal des mécanismes utilisés dans les prothèses de la main.

Nous nous proposons de modifier l'équation de Freudenstein nécessaire à la synthèse des mécanismes pour les adapter aux mécanismes de la prothèse de la main.

Les critères de performance évoqués dans la littérature et utilisés dans le processus d'optimisation des mécanismes des prothèses de la main ne tiennent pas compte de l'impact des procédés d'usinage des différentes pièces composant lesdits mécanismes. En effet, les valeurs nominales utilisées dans la formulation de ces critères ne sont pas toujours celles obtenues lors de la réalisation de ces pièces. Compte tenu de la nature stochastique des variables de design résultant des tolérances dimensionnelles sur les longueurs des membrures et des jeux dans les joints, il importe de considérer son influence sur la plupart des critères de performance utilisés afin d'éviter la dégradation de la performance des mécanismes après assemblage.

Nous proposons donc une nouvelle formulation du problème d'optimisation des mécanismes de la prothèse qui devra tenir compte simultanément de cinq critères de performance dont l'erreur mécanique due aux tolérances dimensionnelles sur les longueurs des membrures et aux jeux dans les joints.

Il s'agira alors de développer les expressions mathématiques traduisant les critères de performance retenus.

Puisque les restrictions géométriques varient d'un doigt à l'autre, la formulation du problème d'optimisation sera basée sur le design particulier de chacun des cinq doigts.

Notre étude, contrairement à celles de la littérature, devra tenir compte du système d'entraînement dans le processus d'optimisation de chacun des doigts.

L'optimisation des mécanismes sans leurs systèmes d'entraînement conduira à l'obtention de 35 designs optimaux différents. En effet, pour chacun des doigts, nous utiliserons d'abord séparément chacun des cinq critères de performance, soit 25 designs ; nous optimiserons ensuite simultanément tous les critères en excluant l'erreur mécanique, soit cinq designs ; enfin, nous procéderons à l'optimisation simultanée de tous les cinq critères utilisés dans cette étude, soit cinq designs. Cette stratégie permettra de mettre en exergue l'effet des tolérances dimensionnelles sur le design optimal des mécanismes. L'interprétation des résultats devra inclure une analyse des vitesses et des accélérations de toutes les membrures des mécanismes optimaux ainsi que l'avantage mécanique des dits mécanismes.

En tenant compte du système d'entraînement, l'optimisation des mécanismes permettra d'obtenir 55 designs optimaux différents, soit onze designs optimaux pour chacun des cinq doigts de la prothèse. En effet, cinq designs sont issus de l'optimisation séparée de chacun des cinq critères ; quatre designs sont consacrés à l'optimisation simultanée de chacun des quatre premiers critères et de l'erreur mécanique ; un design est réservé à

l'optimisation simultanée de tous les critères sauf l'erreur mécanique ; un design concerne l'optimisation simultanée de tous les cinq critères de performance. L'interprétation des résultats devra inclure une analyse des vitesses et des accélérations de toutes les membrures des mécanismes optimaux ainsi que l'avantage mécanique des dits mécanismes.

L'interprétation globale des résultats devra mettre en exergue l'impact du système d'entraînement sur les mécanismes optimaux et sur les vitesses et accélérations de leurs membrures ainsi que sur l'avantage mécanique desdits mécanismes.

Une suggestion de travaux futurs devra conclure cette étude afin de jeter les jalons d'autres contributions au design optimal des mécanismes utilisés dans les prothèses de la main.

CHAPITRE II

SYNTHÈSE DU MÉCANISME UTILISÉ DANS LA PROTHÈSE ET ÉLABORATION DES CRITÈRES DE PERFORMANCE

Dans le but de concevoir une prothèse de la main capable d'accomplir les six fonctions de base de la figure 1.1, nous utilisons le mécanisme à quatre membrures entrecroisées proposé par Vinet et al. (1995).

2.1 Synthèse du mécanisme à quatre membrures

2.1.1 Principe de fonctionnement d'un doigt

Chacun des cinq doigts comprend un mécanisme à quatre membrures entrecroisées muni de son système d'entraînement par câble et poulie, tel que montré à la figure 2.1. QM est la membrure fixe sur la paume et AM la membrure motrice activée par un câble s'enroulant autour d'une poulie, permettant ainsi aux phalanges de fléchir les unes par rapport aux autres par l'intermédiaire de la membrure entraînée QB et de la membrure de jonction AB.

Le ressort de rappel montré à la figure 2.2 permet non seulement le maintien d'un minimum de tension dans le câble, mais aussi le retour du doigt à la position d'ouverture ou de fonction lorsque le câble se déroule. Compte tenu du type de mouvement accompli

aussi bien par une main naturelle que par une prothèse, il s'ensuit que le mécanisme utilisé est du type balancier-balancier.

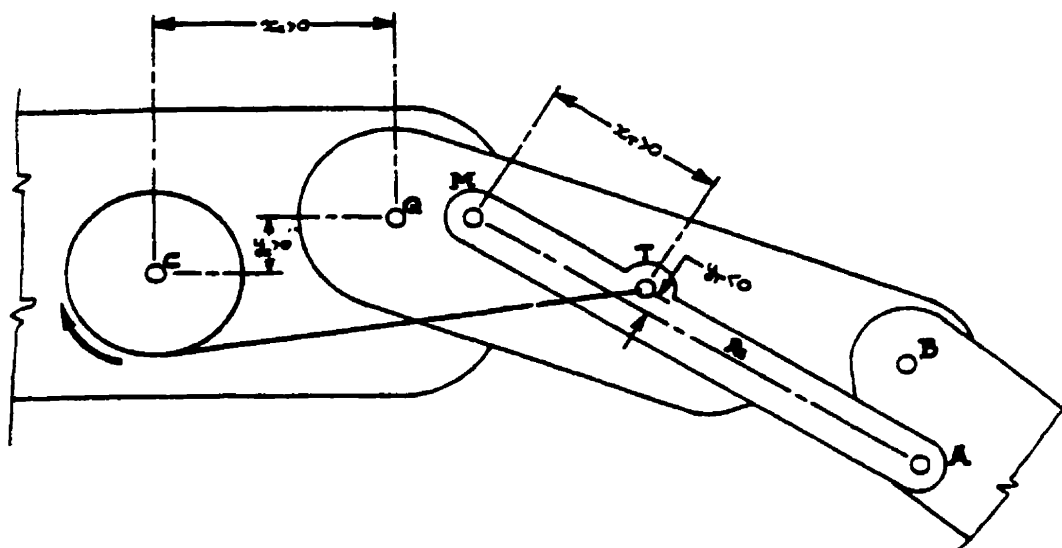


Figure 2.1 : Mécanisme à 4 membrures avec son système d'entraînement

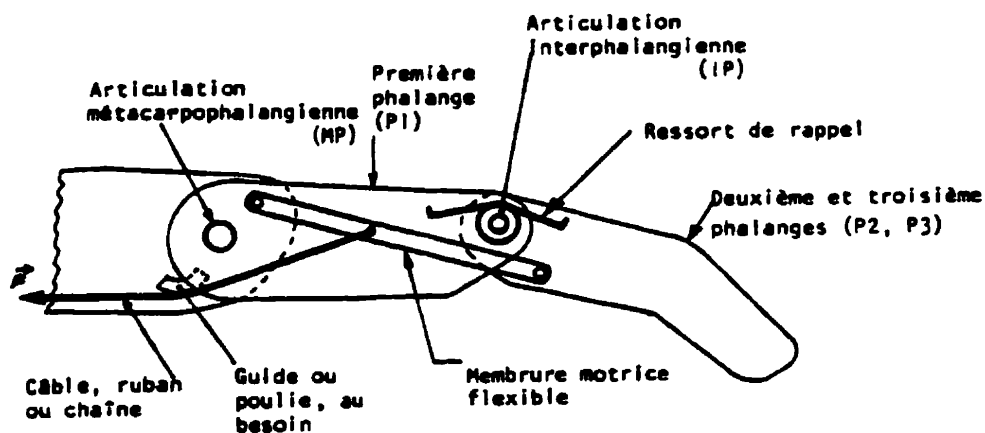


Figure 2.2 : Principe de fonctionnement d'un doigt

2.1.2 Paramètres du mécanisme des doigts et du pouce

Les paramètres et les variables du mécanisme sans son système d'entraînement sont mis en exergue à la figure 2.3 pour les doigts qui comportent trois phalanges par rapport au pouce qui n'en compte que deux (figure 2.4).

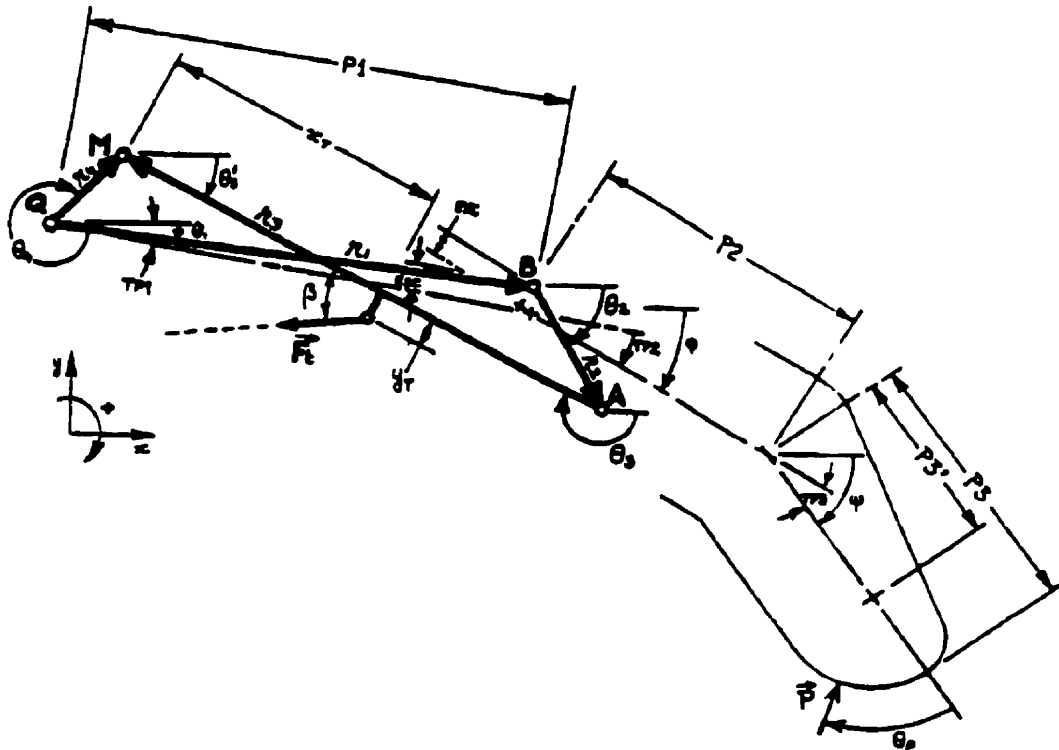


Figure 2.3 : Paramètres du mécanisme des doigts

- P = force appliquée avec un angle θ_p par rapport à l'axe de la phalange y afférente
- $P1, P2, P3$ = respectivement première, deuxième et troisième phalanges
- $P3'$ = longueur effective de la troisième phalange
- $TP2, TP3$ = angles de flexion mesurés d'une phalange à l'autre ($TP3$ fixe)
- $TP1, \varphi, \psi$ = angles de flexion des phalanges par rapport au plan palmaire
- $R1$ = membrure entraînée (première phalange)
- $R2$ = membrure de jonction (deuxième phalange)
- $R3, R4$ = respectivement membrure motrice et membrure fixe
- Q = articulation métacarpo-phalangienne (fixe)
- M = axe de rotation de la membrure motrice (fixe)

A = axe de rotation de la membrure motrice par rapport à la membrure de jonction
 B = articulation interphalangienne excentrée d'une valeur de EXC
 $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ = angles des membrures du mécanisme par rapport à un plan parallèle au plan palmaire

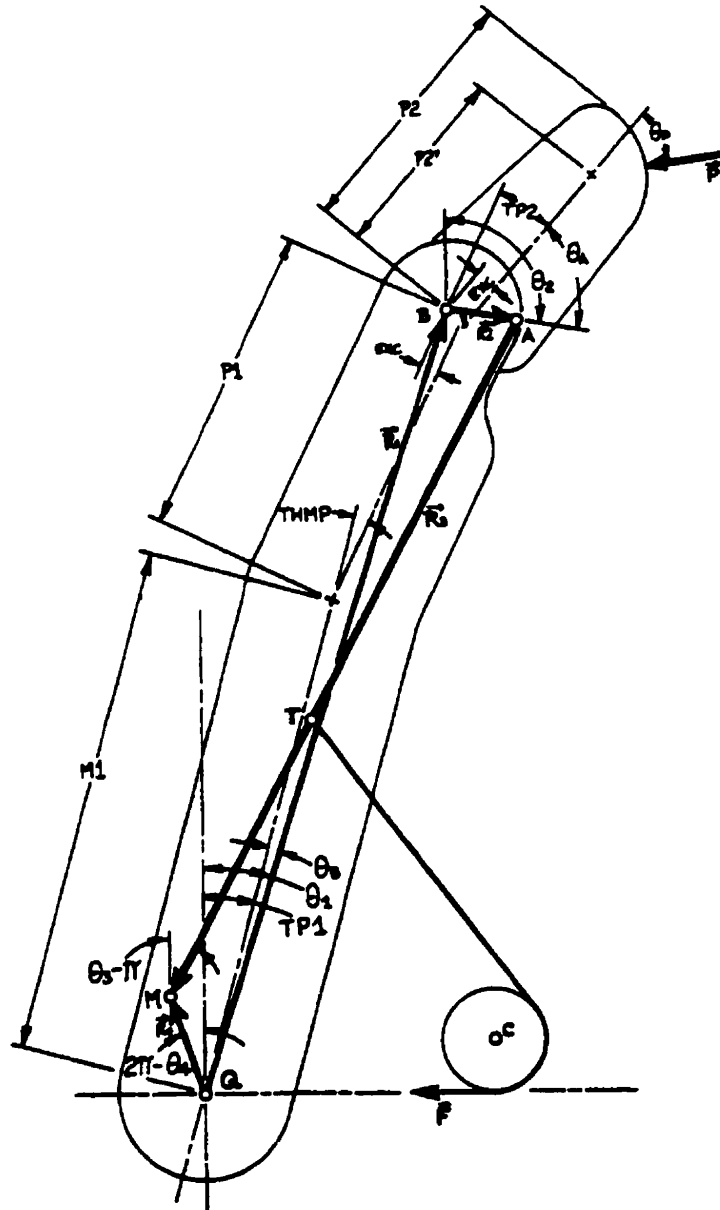


Figure 2.4 : Paramètres du mécanisme du pouce

Q = articulation trapézo-métacarpienne
 M1 = métacarpien du pouce

x_T, y_T = coordonnées du point de tirage T par rapport à M
 x_C, y_C = coordonnées du centre C de la poulie par rapport à Q
 γ = angle donnant la position du point de tangence S du câble sur la poulie
 ρ = angle donnant la position du point d'ancrage du câble sur la poulie
 β = angle de traction
 L = longueur totale du câble
 d = diamètre de la poulie
 ω_a, ω_s = vitesses angulaires de la poulie et de la membrure motrice
 \vec{v}_S, \vec{v}_T = vitesses linéaires des points S et T.

2.1.4 Mécanisme motrice de la prothèse

Compte tenu de la position privilégiée du pouce dont le plan d'action est à 45° par rapport à celui du majeur, la main étudiée et réalisée par Vinet utilise deux arbres moteurs ATD et AT1 (figure 2.6).

L'arbre ATD, relatif aux doigts, supporte quatre poulies motrices et un engrenage coaxiaux. Ces poulies sont directement reliées aux membrures motrices des mécanismes des doigts grâce aux câbles.

L'arbre AT1 du pouce comprend une poulie motrice et un engrenage coaxiaux. Cette poulie motrice est reliée à la membrure motrice du mécanisme du pouce par l'intermédiaire de deux poulies de renvoi (non représentées à la figure 2.6) et un câble.

Pour simplifier les calculs, on suppose que toutes les poulies motrices des doigts agissent dans les plans de flexion respectifs de ces derniers.

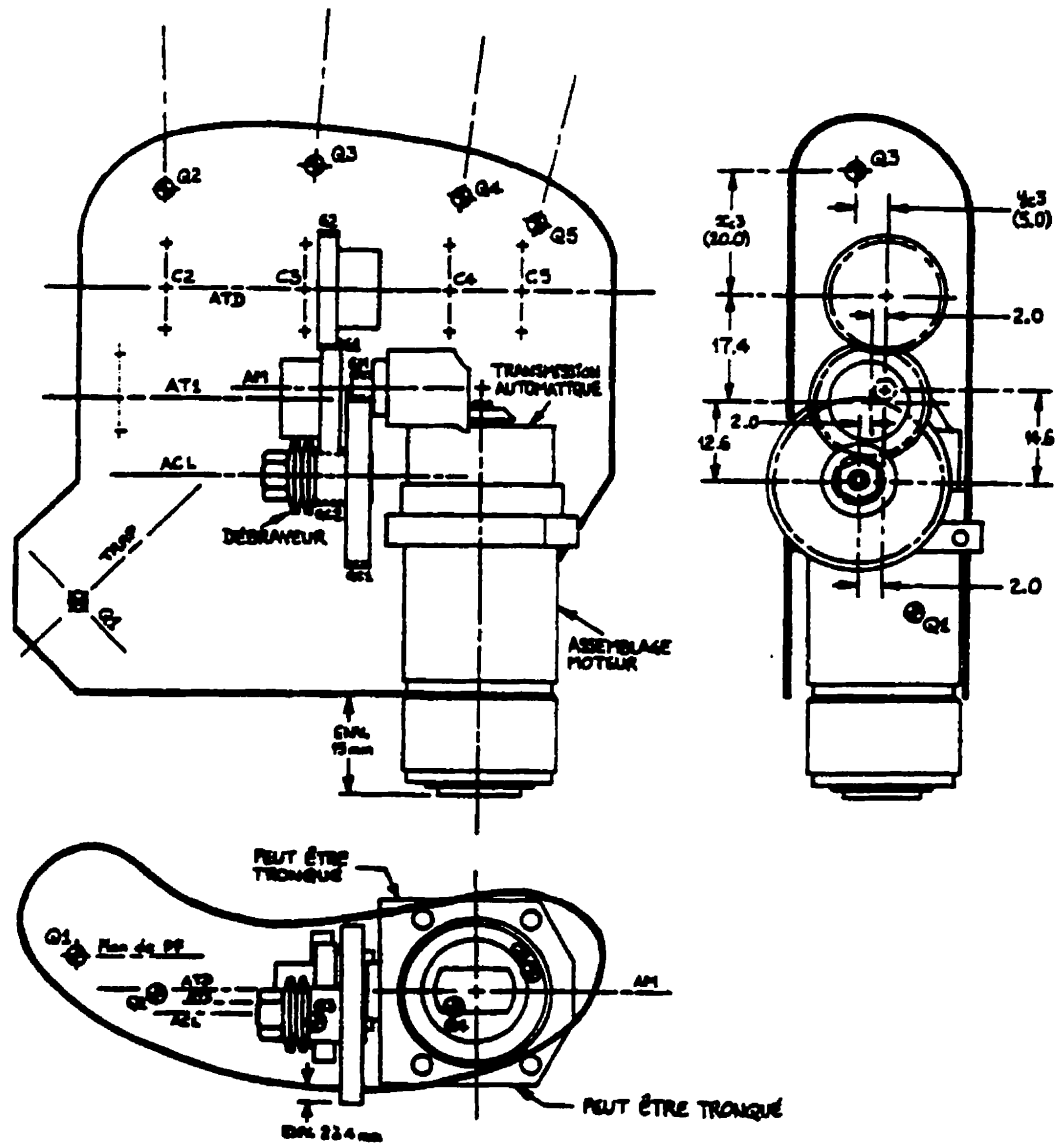


Figure 2.6 : Mécanisme motrice de la prothèse de Vinet et al. (1995)

2.1.5 Degrés de liberté du mécanisme et de la prothèse

Le mécanisme utilisé dans un doigt de la prothèse possède un seul DDL puisque, selon le critère de mobilité de Gruebler (Lakis,1988 ; Mabie et Reinholtz, 1987 ; Norton,1992) pour les mécanismes plans, le nombre de DDL est $3(N-1) - 2P_1 - 2P_2$ où N = nombre total de membrures = 4 ; P_1 = nombre total de joints ayant 1 DDL = 4 ; P_2 = nombre total de joints ayant 2 DDL = 0. Par conséquent, la prothèse possède un seul DDL puisque tous les doigts et le pouce sont entraînés simultanément.

2.1.6 Conditions nécessaires à la mobilité du mécanisme

Puisque le mécanisme est du type balancier-balancier, il doit vérifier l'un ou l'autre des critères de Grashoff suivants (Lakis,1988) :

- le mécanisme appartient à la classe I et le solide le plus court n'est ni menant, ni mené, ni le bâti fixe ;
- le mécanisme appartient à la classe II et la somme des longueurs du plus court et du plus long solides est supérieure ou égale à la somme des longueurs des deux autres solides.

Par ailleurs, le mécanisme ne devra comporter aucune position limite ni points morts durant son fonctionnement afin d'assurer la continuité du mouvement de chaque membrure aux positions voulues. Pour ce faire :

- une position limite sera évitée si l'angle inclus entre la membrure motrice et la membrure de jonction est différent de 180° et de 360° ;
- un point mort sera évité si l'angle inclus entre la membrure menée et la membrure de jonction est différent de 180° et de 360° .

L'angle de transmission, qui est l'angle entre les membrures entraînée et de jonction, varie pendant la rotation de la membrure entraînée. La plus petite valeur de cet angle est critique et détermine la qualité du mouvement du mécanisme. Par conséquent, cette valeur devra être maintenue à une valeur aussi proche que possible de la valeur idéale de 90° .

2.1.7 Longueurs effectives des membrures dues aux tolérances dimensionnelles et aux jeux dans les joints

Le jeu radial aux joints et les tolérances dimensionnelles sur les longueurs des membrures jouent un rôle prépondérant dans la synthèse d'un mécanisme. La figure 2.7 montre le jeu radial présent à chacun des joints. La figure 2.8 met en exergue la longueur effective d'une membrure : $O'P = L' = \sqrt{(L+x)^2 + y^2} \approx L+x$ puisque $L+x \gg y$. Cette

longueur effective a pour origine le centre d'un moyeu (point O') et pour extrémité le centre d'une tige (point P).

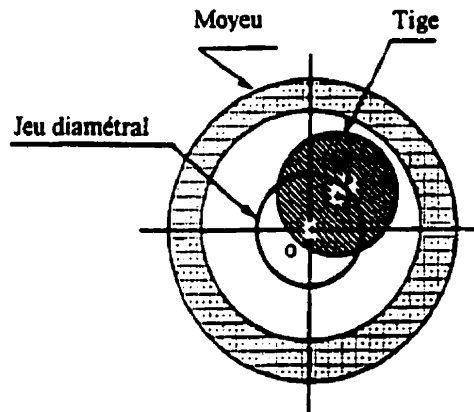


Figure 2.7 : Jeu dans un joint

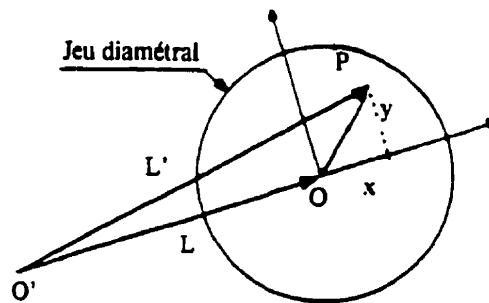


Figure 2.8 : Longueur effective d'une membrure

x et y sont les coordonnées aléatoires de la position du centre de la tige par rapport au centre du moyeu ;

$O'O=L$ est la longueur aléatoire de la membrure telle que $r - \Delta r \leq L \leq r + \Delta r$;

Δr est la tolérance sur la longueur de la membrure ;

r est la longueur nominale de la membrure.

$\sqrt{x^2 + y^2} \leq R_c$ où R_c est le jeu radial constant dans le joint.

Pour le mécanisme à quatre membrures utilisé dans la prothèse, les longueurs r_j ($j=1,...,4$) correspondent aux longueurs nominales des membrures. On peut donc écrire :

$$L_j = L_j + x_j ; \sqrt{x_j^2 + y_j^2} \leq R_{C_j} \text{ et } L_j = r_j \pm \Delta r_j. \quad (2.1)$$

Le vecteur V des variables aléatoires est $V=\{L_1, L_2, L_3, L_4, x_1, x_2, x_3, x_4\}$. Chacune de ces variables aléatoires suit une loi de distribution normale. Par ailleurs, la relation (2.1) permet d'écrire :

$$r_j - \Delta r_j \leq L_j \leq r_j + \Delta r_j \text{ et } -R_{C_j} \leq x_j, y_j \leq R_{C_j} \quad (2.2)$$

Les équations (2.1) et (2.2) permettent de calculer les valeurs moyennes des variables V_q ($q=1,...,8$) qui sont données par :

$$m(L_j) = \bar{L}_j = r_j ; m(x_j) = \bar{x}_j = m(y_j) = \bar{y}_j = 0. \quad (2.3)$$

Les écarts-types de ces variables sont :

$$\sigma_{L_j} = \frac{\Delta r_j}{3} = k r_j ; \sigma_{x_j} = \sigma_{y_j} = \frac{R_{C_j}}{3} = k r_j \quad (2.4)$$

où R_{C_j} est le jeu radial constant au joint j et Δr_j , la tolérance sur r_j .

En considérant le cas réel ou général d'un mécanisme à quatre membrures où les tolérances dimensionnelles et les jeux dans les joints sont pris en compte, les relations analytiques obtenues sont toutes fonctions des variables aléatoires V_q .

Soit donc une fonction quelconque Z (angle du mécanisme, angle de transmission, couple-moteur maximal, etc...) : $Z = f(L_1, L_2, L_3, L_4, x_1, x_2, x_3, x_4)$; la relation (2.3) permet de calculer la moyenne de la fonction Z :

$$\bar{Z} = f(\bar{L}_1, \bar{L}_2, \bar{L}_3, \bar{L}_4, \bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4) = f(r_1, r_2, r_3, r_4). \quad (2.5)$$

Son écart-type est donné par :

$$\sigma_z = \sqrt{\sum_{q=1}^8 \left(\frac{\partial Z}{\partial V_q} \Big|_m \right)^2 \sigma_{V_q}^2} \quad (2.6)$$

Les valeurs moyennes des variables V_q , données par la relation (2.3), permettent d'écrire que :

$$\frac{\partial Z}{\partial L_j} \Big|_m = \frac{\partial Z}{\partial x_j} \Big|_m = \frac{\partial Z}{\partial r_j} \quad (2.7)$$

L'indice m signifie que la dérivée partielle est évaluée avec des valeurs moyennes de V_q .

L'écart-type de la fonction Z , à l'aide des relations (2.4) et (2.7), devient :

$$\sigma_z = \sqrt{\sum_{j=1}^4 \left(\frac{\partial \bar{Z}}{\partial r_j} \right)^2 (\sigma_{L_j}^2 + \sigma_{x_j}^2)} = \sqrt{2 \sum_{j=1}^4 \left(\frac{\partial \bar{Z}}{\partial r_j} \right)^2 (\sigma_{r_j}^2)} = k \sqrt{2 \sum_{j=1}^4 \left(\frac{\partial \bar{Z}}{\partial r_j} \right)^2 (r_j^2)} \quad (2.8)$$

Nous constatons que la valeur moyenne de Z n'est fonction que des longueurs nominales ou moyennes des membrures. Il est donc avantageux d'étudier le cas général ou réel du mécanisme. En effet, avec ou sans tolérances dimensionnelles, les expressions analytiques développées ne sont fonctions que des longueurs nominales ou moyennes r_1, r_2, r_3, r_4 . La seule différence réside dans le calcul de l'écart-type qui est non nul en

présence des tolérances dimensionnelles et des jeux aux joints et nul lorsqu'on n'en tient pas compte.

2.1.8 Synthèse du mécanisme connaissant sept positions des doigts

Les angles de flexion TP1, TP2, TP3, mesurés d'une phalange à l'autre, sont connus à sept positions des doigts à partir du modèle de main (Vinet et al., 1995) crée à l'aide du logiciel CATIA. Ce nombre de positions a été choisi conformément aux résultats de l'étude faite par Ngale, Lakis et Vinet (1998). En effet, lorsque le nombre total de positions est égal à 3, l'erreur quadratique est nulle. Pour éviter une grande déviation du mouvement du doigt artificiel de celui d'un doigt réel, il importe d'augmenter le nombre total de positions connues et de minimiser l'erreur quadratique moyenne qui en résulte. Cette erreur est proportionnelle au nombre de positions lorsque ce dernier est inférieur à 7 et constant lorsqu'il est supérieur à 7.

En ne considérant que les valeurs moyennes des variables aléatoires et en prenant le plan palmaire comme référence et en conservant le sens horaire des angles, l'équation vectorielle des mécanismes des figures 2.3 et 2.4 pour une position i est :

$\bar{R}_{1i} + \bar{R}_{2i} + \bar{R}_{3i} - \bar{R}_4 = \bar{0}$, avec $R_{xi} = r_x e^{j\theta_{xi}} = r_x [\cos\theta_{xi} + j\sin\theta_{xi}]$. Par conséquent, on

$$\text{obtient : } \begin{cases} r_1 \cos\theta_{1i} + r_2 \cos\theta_{2i} + r_3 \cos\theta_{3i} - r_4 \cos\theta_4 = 0 \\ r_1 \sin\theta_{1i} + r_2 \sin\theta_{2i} + r_3 \sin\theta_{3i} - r_4 \sin\theta_4 = 0 \end{cases} \quad (2.9)$$

avec r_j = longueurs nominales ou moyennes des membrures

Sachant que les paramètres connus sont $P1$, EXC et les angles de flexion aux sept positions des doigts et que par ailleurs $P3=0$ et $TP3=0$ pour le pouce et $M1=0$ et $THMP=0$ pour les autres doigts, on peut écrire d'après les figures 2.3 et 2.4 montrant respectivement les paramètres du mécanisme des doigts et du pouce :

$$\begin{cases} r_1 \cos \theta_B = M1 + \sqrt{P1^2 + EXC^2} \cos\left(THMP - \arctg \frac{EXC}{P1}\right) \\ r_1 \sin \theta_B = \sqrt{P1^2 + EXC^2} \sin\left(THMP - \arctg \frac{EXC}{P1}\right) \end{cases} \quad (2.10)$$

La relation (2.10) permet d'écrire :

$$\begin{cases} \theta_B = \text{Arctg} \left[\frac{\sqrt{P1^2 + EXC^2} \sin\left(THMP - \arctg \frac{EXC}{P1}\right)}{M1 + \sqrt{P1^2 + EXC^2} \cos\left(THMP - \arctg \frac{EXC}{P1}\right)} \right] \\ r_1 = \frac{\sqrt{P1^2 + EXC^2} \sin\left(THMP - \arctg \frac{EXC}{P1}\right)}{\sin \theta_B} \end{cases} \quad (2.11)$$

Par ailleurs, les angles φ et ψ apparaissant à la figure 2.3 relative aux paramètres du mécanisme d'un doigt se définissent de façon générale comme suit :

$$\varphi = THMP + TP1 + TP2 \quad \text{et} \quad \psi = \varphi + TP3 \quad (2.12)$$

Enfin, les données du problème et la figure 2.4 permettent de déterminer l'angle désiré de la membrure entraînée θ_{1i} et celui de la membrure de jonction θ_{2i} à la position i du mécanisme :

$$\begin{cases} \theta_{1i} = TP1_i + \theta_B \\ \theta_{2i} = \theta_{21} + (TP1_i - TP1_1) + (TP2_i - TP2_1) = \theta_A + TP1_i + THMP + TP2_i \end{cases} \quad (2.13)$$

Eu égard à ce qui précède, nous procéderons à la synthèse du mécanisme connaissant sept positions de la membrure entraînée QB et sept positions de la membrure de jonction AB. Par conséquent, pour obtenir une relation entre θ_{1i} et θ_{2i} , on élimine θ_{3i} de l'équation vectorielle. D'après les calculs présentés en annexe I, on obtient donc l'équation de Freudenstein modifiée :

$$k_1 \cos(\theta_{1i} - \theta_4) + k_2 \cos(\theta_{2i} - \theta_4) - k_3 = \cos(\theta_{1i} - \theta_{2i}) \quad (2.14)$$

$$\text{avec } k_1 = \frac{r_4}{r_2}; \quad k_2 = \frac{r_4}{r_1}; \quad k_3 = \frac{r_1^2 + r_2^2 - r_3^2 + r_4^2}{2r_1r_2} \quad (2.15)$$

Connaissant donc r_1 et sept valeurs de θ_1 et θ_2 , on peut trouver, à l'aide de la méthode des moindres carrés, les dimensions r_2 , r_3 et r_4 du mécanisme d'après les calculs faits à la section A1.1 de l'annexe I.

2.1.9 Calcul des angles du mécanisme en fonction de l'angle TP1 de la première phalange

Connaissant les dimensions du mécanisme et pour un TP1_i ou un θ_{1i} donné, les angles du mécanisme, tels que calculés à l'annexe I, sont :

- En éliminant θ_{3i} de l'équation vectorielle, on obtient :

$$\theta_{2i} = 2 \arctan\left(\frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}\right) \text{ avec } \begin{cases} A = k_1 \cos(\theta_{1i} - \theta_4) - k_2 \cos\theta_4 - k_3 + \cos\theta_{1i} \\ B = 2(k_2 \sin\theta_4 - \sin\theta_{1i}) \\ C = k_1 \cos(\theta_{1i} - \theta_4) + k_2 \cos\theta_4 - k_3 - \cos\theta_{1i} \end{cases} \quad (2.16)$$

- En éliminant θ_{2i} de l'équation vectorielle, on obtient :

$$\theta_{3i} = 2 \arctan\left(\frac{-E + \sqrt{E^2 - 4DF}}{2D}\right) \text{ avec } \begin{cases} D = k_4 \cos(\theta_{1i} - \theta_4) - k_2 \cos\theta_4 - k_5 + \cos\theta_{1i} \\ E = 2(k_2 \sin\theta_4 - \sin\theta_{1i}) \\ F = k_4 \cos(\theta_{1i} - \theta_4) + k_2 \cos\theta_4 - k_5 - \cos\theta_{1i} \\ k_4 = \frac{r_4}{r_3}; \quad k_5 = \frac{r_1^2 - r_2^2 + r_3^2 + r_4^2}{2r_1 r_3} \end{cases} \quad (2.17)$$

- De la relation (2.13), on peut écrire que :

$$TP2_i = \theta_{2i} - (\theta_A + TPl_i + THMP) \quad (2.18)$$

où l'angle θ_{2i} est donné par la relation (2.16).

2.1.10 Calcul des vitesses angulaires des membrures du mécanisme

- La valeur de la vitesse angulaire ω_3 de la membrure motrice est supposée constante pour le mécanisme sans système d'entraînement. Pour le mécanisme muni de son système d'entraînement, le théorème de l'équiprojectivité des vitesses appliqué au tronçon ST du câble de la figure 2.5 se traduit par l'égalité entre les projections des vitesses linéaires v_T et v_S sur ST. Par conséquent, on peut écrire :

$$v_S = v_T \cos\left(\frac{\pi}{2} - STM\right) \Leftrightarrow r_1 \omega_1 = MT \omega_3 \sin(STM) \quad (2.19)$$

$$\Rightarrow \omega_3 = \frac{\omega_1 r_3}{MT \sin(STM)} \quad (2.20)$$

avec $STM = STC + CTM = \arctg\left(\frac{r_3}{ST}\right) + CTM$. Les longueurs MT et ST et l'angle

CTM sont calculés à la section A3.1 de l'annexe III. La vitesse angulaire ω_1 de l'arbre est supposée constante.

- Connaissant la vitesse angulaire ω_3 de la membrure motrice, les vitesses angulaires ω_1 et ω_2 des membrures de sortie et d'accouplement sont, selon les calculs présentés à la section A1.3 de l'annexe I :

$$\omega_1 = \frac{r_3 \omega_3 \sin(\theta_2 - \theta_3)}{r_1 \sin(\theta_1 - \theta_2)} \quad \text{et} \quad \omega_2 = \frac{r_3 \omega_3 \sin(\theta_3 - \theta_1)}{r_2 \sin(\theta_1 - \theta_2)} \quad (2.21)$$

2.1.11 Calcul des accélérations angulaires des membrures du mécanisme

- L'accélération angulaire α_3 de la membrure motrice est évaluée à l'aide de la formule suivante :

$$\alpha_3 = \frac{d\omega_3}{dt} = \frac{d\omega_3}{d\theta_3} \times \frac{d\theta_3}{dt} = \omega_3 \frac{d\omega_3}{d\theta_3} \quad (2.22)$$

Pour le mécanisme sans système d'entraînement, cette accélération est nulle puisque la vitesse angulaire ω_3 de la membrure motrice est constante.

- Connaissant la vitesse angulaire ω_3 et l'accélération angulaire α_3 de la membrure motrice, les accélérations angulaires α_1 et α_2 des membrures de sortie et d'accouplement sont données par la relation (A1.32) de l'annexe I :

$$\alpha_1 = \frac{JK + HL}{-GJ + HI} \quad \text{et} \quad \alpha_2 = \frac{-GL - IK}{-GJ + HI} \quad (2.23)$$

$$\text{avec} \begin{cases} G = r_1 \sin \theta_1 & J = r_2 \cos \theta_2 \\ H = r_2 \sin \theta_2 & K = r_1 \omega_1^2 \cos \theta_1 + r_2 \omega_2^2 \cos \theta_2 + r_3 \alpha_3 \sin \theta_3 + r_3 \omega_3^2 \cos \theta_3 \\ I = r_1 \cos \theta_1 & L = r_1 \omega_1^2 \sin \theta_1 + r_2 \omega_2^2 \sin \theta_2 - r_3 \alpha_3 \cos \theta_3 + r_3 \omega_3^2 \sin \theta_3 \end{cases}$$

2.1.12 Calcul de l'avantage mécanique du mécanisme

La force P appliquée au bout des doigts crée un couple T_2 sur la membrure d'accouplement r_2 . En supposant que la puissance fournie par ce couple est égale à celle fournie par le couple d'entrée, l'avantage mécanique AvM est, d'après les relations (A1.34) et (A1.35) de l'annexe I :

- Pour le mécanisme sans système d'entraînement

$$AvM = \frac{T_2}{T_3} = \frac{\omega_3}{\omega_2} \quad (2.24)$$

- Pour le mécanisme muni de son système d'entraînement

$$AvM = \frac{T_3}{T_a} \times \frac{T_2}{T_3} = \frac{\omega_a}{\omega_3} \times \frac{\omega_3}{\omega_2} \Leftrightarrow AvM = \frac{T_2}{T_a} = \frac{\omega_a}{\omega_2} \quad (2.25)$$

2.2 Élaboration des critères de performance

Cette rubrique consiste d'abord à justifier le choix de nouveaux critères de performance que sont : le couple maximal, l'énergie consommée, l'erreur structurale sur les angles de flexion des doigts, la déviation de l'angle de transmission de sa valeur idéale et l'erreur mécanique due aux tolérances sur les membrures et aux jeux dans les joints. Il s'agit ensuite de les formuler à l'aide des différents paramètres et variables du mécanisme proposé.

2.2.1 Justification du choix des critères de performance

Le couple moteur maximal nécessaire pour équilibrer la force P au bout des doigts varie d'un mécanisme à l'autre. Il importe donc de minimiser ce couple afin de minimiser la puissance du moteur à utiliser. En effet, les moteurs utilisés dans les prothèses sont petits et ont une puissance de sortie faible.

L'énergie consommée durant le cycle de fermeture du mécanisme est obtenue en intégrant le couple-moteur par rapport à l'angle de rotation de l'arbre moteur ou de la membrure motrice dans l'intervalle compris entre la position de départ et celle d'arrivée de la membrure motrice. Cette quantité doit être minimisée afin de maximiser l'efficacité de la transmission du mécanisme.

L'erreur structurale est relative à l'angle de flexion TP2 de la deuxième phalange par rapport à la première. Elle consiste en la différence entre les valeurs désirées et obtenues de cet angle aux sept positions du mécanisme. Il importe de minimiser cette différence.

L'angle de transmission, jouant un rôle prépondérant dans la qualité de la transmission du mouvement, devra avoir une valeur acceptable qui dépend des conditions d'utilisation ou de fonctionnement du mécanisme. Sa valeur idéale est de 90° . Par conséquent, il importe de minimiser la déviation de cet angle de transmission de cette valeur idéale.

L'erreur mécanique est due à la nature stochastique des variables de design. Puisque les dimensions des membrures et la position de l'axe d'articulation dans le joint varient de façon aléatoire durant le processus de fabrication et d'assemblage des pièces, il est important de tenir compte de leur nature stochastique dans la formulation du problème d'optimisation. On évite ainsi la dégradation des mécanismes lors de leur fonctionnement.

2.2.2 Hypothèses de calcul

Dans la formulation des critères de performance, on négligera :

- le frottement aux différents joints (bonne lubrification) ;
- toute force extérieure autre que la force P (vitesse lente et faible masse) ;

- toute force due au ressort de rappel ou au gant ;

Par ailleurs :

- la force P est constante en intensité ;
- on suppose que toutes les poulies motrices des doigts agissent dans les plans de flexion respectifs de ces derniers.

2.2.3 Élaboration des critères de performance du mécanisme sans son système d'entraînement

Les développements mathématiques de ces critères sont présentés à l'annexe II. Le couple-moteur M_{Mi} , à une position i du mécanisme, nécessaire au point M de la membrure motrice pour équilibrer la force P aux bouts des doigts et du pouce est donnée par :

$$M_{Mi} = r_3 P \left[\sin(\theta_p + \psi_i - \theta'_{3i}) + \frac{P3' \sin \theta_p + P2 \sin(\theta_p + \psi_i - \varphi_i) - EXC \cos(\theta_p + \psi_i - \varphi_i) - r_2 \sin(\theta_p + \psi_i - \theta_{2i})}{r_2 \sin(\theta_{2i} - \theta_{1i})} \right] \sin(\theta'_{3i} - \theta_{1i}) \quad (2.26)$$

La valeur de ce couple moteur varie donc durant tout le cycle du mécanisme. L'angle $\theta'_{3i} = \theta_{3i} - \pi$ où θ_{3i} est l'angle de la membrure motrice donné par la relation (2.17). L'angle de la membrure de jonction θ_{2i} est défini par la relation (2.16). La relation (2.12) permet de définir les angles φ et ψ .

L'énergie consommée à travers le cycle de fermeture du mécanisme est donnée par l'intégrale :

$$E_M = \int_{\theta_{3l}}^{\theta_{37}} |M_{Mi}| d\theta_3 . \quad (2.27)$$

L'angle θ_3 est défini par la relation (2.17) et le couple-moteur M_{Mi} par l'équation (2.26).

L'erreur structurale sur l'angle de flexion TP2 est donnée sous forme d'erreur quadratique moyenne :

$$\Delta TP2 = \Delta \theta_2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\theta_{2ic} - \theta_{2id})^2 = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^7 (\theta_{2ic} - \theta_{2id})^2 . \quad (2.28)$$

L'angle θ_{2ic} représente la valeur calculée ou réellement obtenue de l'angle de la membrure de jonction et θ_{2id} la valeur désirée de cet angle. Les valeurs de θ_{2id} sont déterminées à partir de la relation : $\theta_{2i} = \theta_A + TP1_i + THMP + TP2_i$ définie à la relation (2.13), tandis que celles de θ_{2ic} sont calculées à l'aide de la relation (2.16). Le nombre de positions désirées ou connues est $n=7$.

L'angle de transmission est donné par $\cos \mu = \frac{r_1^2 + r_2^2 - r_3^2 - r_4^2 + 2r_3r_4 \cos(\theta_3 - \theta_4)}{2r_1r_2}$. Par

ailleurs, les valeurs extrêmes de cet angle de transmission sont :

$$\begin{cases} \mu_{\min} = \arccos \left(\frac{r_1^2 + r_2^2 - r_3^2 - r_4^2 + 2r_3r_4 \cos(\theta_{37} - \theta_4)}{2r_1r_2} \right) \\ \mu_{\max} = \arccos \left(\frac{r_1^2 + r_2^2 - r_3^2 - r_4^2 + 2r_3r_4 \cos(\theta_{3l} - \theta_4)}{2r_1r_2} \right) \end{cases} \quad (2.29)$$

La déviation de cet angle de sa valeur idéale de 90° est quantifiée par :

$$(\mu_{\max}-90)^2 + (\mu_{\min}-90)^2 \quad (2.30)$$

L'erreur mécanique due aux tolérances dimensionnelles et aux jeux dans les joints et par conséquent à la nature stochastique des variables de design est relative à l'angle de flexion TP2. En admettant que les longueurs des membrures et les angles aléatoires du mécanisme suivent une loi de distribution normale avec un niveau de confiance 3σ (dont la probabilité est de 0.997 et où σ est l'écart-type), l'erreur mécanique à la position i du mécanisme est : $\Delta\theta_{2i} = 3\sigma_{\theta_{2i}}$ (Ngale et Vinet, 1998). (2.31)

D'après les calculs présentés en A2.5 de l'annexe II, l'erreur mécanique sur l'angle de flexion TP2 et par conséquent sur l'angle de la membrure de jonction θ_2 est donnée par :

$$\Delta TP2_{\text{mec}} = \Delta\theta_{2\text{mec}} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\Delta\theta_{2i})^2 = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^7 (\Delta\theta_{2i})^2 \quad (2.32)$$

$$\Delta\theta_{2i} = 3\sigma_{\theta_{2i}} \text{ et } \sigma_{\theta_{2i}} = k \left[2 \sum_{j=1}^4 \left(\frac{\partial\theta_{2i}}{\partial r_j} r_j \right)^2 \right]^{1/2} \quad (2.33)$$

La dérivée partielle $\frac{\partial\theta_{2i}}{\partial r_j}$ mesure la sensibilité de θ_{2i} par rapport aux petites variations de la longueur r_j . Elle peut être évaluée numériquement à l'aide de la relation (A2.34).

2.2.4 Élaboration des critères de performance du mécanisme avec son système d'entraînement

Les expressions mathématiques de l'erreur quadratique moyenne sur TP2, de la déviation de l'angle de transmission et de l'erreur mécanique sur l'angle TP2 restent identiques à celles relatives au mécanisme sans son système d'entraînement.

Les seuls critères affectés par la présence du système d'entraînement sont le couple moteur et l'énergie consommée dont les développements mathématiques sont fournis à l'annexe III.

La valeur moyenne du couple moteur nécessaire à l'arbre moteur pour équilibrer la force P aux bouts des doigts et du pouce, d'après la figure 2.5, est donnée par la relation :

$$M_{Pi} = F_T d / 2. \quad (2.34)$$

$$\text{avec } F_{Ti} = \frac{M_{Mi}}{(x_T \sin \beta_i + y_T \cos \beta_i)}, \quad (2.35)$$

$$\beta_i = CTM_i + \arctan \frac{d}{2ST_i} - \arctan \frac{y_T}{x_T}. \quad (2.36)$$

Les expressions de ST_i et de CTM_i sont fournies à la section A3.1 de l'annexe III. Le couple-moteur M_{Mi} au point M de la membrure motrice est défini par la relation (2.26).

Par ailleurs, on a les définitions suivantes :

F_T = force de tirage dans le câble ;

d = diamètre de la poulie motrice ;

M_M = moment appliqué en M de la membrure motrice ;

S = point de tangence du câble sur la poulie.

La valeur moyenne de l'énergie consommée à travers le cycle de fermeture du mécanisme muni du système d'entraînement montré à la figure 2.5 est calculée à l'aide de l'intégrale suivante :

$$E = \int_{\phi_1}^{\phi_2} |M_{p_i}| d\phi . \quad (2.37)$$

Le couple à l'arbre moteur M_{p_i} est donné par l'équation (2.34). Par ailleurs, l'angle de rotation de l'arbre moteur ou de la poulie motrice est :

$$\rho_i = \gamma_i + \frac{2(L - ST_i)}{d}; \quad \text{avec } \gamma_i = \theta_{3i}' - \beta_i . \quad (2.38)$$

L'angle β_i est défini par la relation (2.36) ; l'angle $\theta_{3i}' = \theta_{3i} - \pi$ avec θ_{3i} donné par la relation (2.17) ; l'expression de ST_i est fournie à la section A3.1 de l'annexe III. La longueur totale de la courroie est identifiée par L .

2.3 Stratégies d'optimisation simultanée de plusieurs critères de performance

2.3.1 Présentation des méthodes les plus utilisées

En général, il n'y a pas de solution unique au problème de minimisation simultanée de plusieurs fonctions objectif qui sont des expressions mathématiques des critères de performance. La sélection des solutions optimales est basée sur les conditions d'optimalité de Pareto (Gero, 1995 ; Statnikov, 1995 ; Yoshikazu et al., 1985).

Une solution est dite "pareto-optimale" s'il n'existe aucune autre solution pour laquelle une amélioration d'une fonction objectif n'entraîne pas une dégradation d'au moins l'une des autres fonctions.

Il importe donc, pour un problème de minimisation simultanée de plusieurs critères, de générer les solutions "pareto-optimales". Il existe plusieurs algorithmes d'optimisation simultanée de plusieurs fonctions objectif contenues dans le vecteur $f = [f_1, f_2, \dots, f_m]$.

2.3.1.1 Méthode de la somme pondérée

Cette méthode qui consiste à combiner toutes les fonctions objectif en une seule se formule comme suit :

$$\begin{aligned}
\min F(x) &= \sum_i^m w_i f_i(x) \\
x &\in \Omega \\
\text{sujet à } h_i(x) &= 0 \quad i = 1, \dots, q \\
g_i(x) &\leq 0 \quad i = 1, \dots, r
\end{aligned}$$

où $w=[w_1, w_2, \dots, w_m]$ est le vecteur des coefficients de pondération ;

Ω est l'ensemble des points satisfaisant à toutes les contraintes ;

f_i est la fonction objectif i .

2.3.1.2 Méthode de soumission de certaines fonctions objectif à des contraintes

Cette méthode qui consiste à minimiser une fonction objectif et à soumettre toutes les autres à des contraintes se formule de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
\min f_p(x) \\
x &\in \Omega \\
\text{sujet à } f_i(x) &\leq \varepsilon_i \quad i = 1, \dots, m, i \neq p \\
h_i(x) &= 0 \quad i = 1, \dots, q \\
g_i(x) &\leq 0 \quad i = 1, \dots, r
\end{aligned}$$

2.3.1.3 Méthode d'atteinte des objectifs fixés

Cette méthode consistant à fixer des valeurs ou des objectifs à atteindre par les fonctions objectif se formule comme suit :

$$\begin{aligned}
& \min \gamma \\
& \gamma \in \mathbb{R}, x \in \Omega \\
& \text{sujet à } f_i(x) - w_i \gamma \leq f_i^* \quad i = 1, \dots, m
\end{aligned}$$

où $w = [w_1, w_2, \dots, w_m]$ est le vecteur des coefficients de pondération ;

γ = variable scalaire mesurant le pourcentage d'atteinte des objectifs fixés ;

m = indice relatif aux fonctions objectif et aux contraintes d'égalité et d'inégalité ;

$f^* = [f_1^*, f_2^*, \dots, f_m^*]$ est le vecteur des objectifs à atteindre pour chacune des fonctions $f_i(x)$.

Les contraintes d'égalité et d'inégalité sont incorporées au problème en les considérant comme des fonctions f_i et en fixant à zéro les coefficients de pondération w_i et les objectifs à atteindre f_i^* .

2.3.2 Avantages et inconvénients des méthodes utilisées

La variation des coefficients de pondération w_i et des limites ε_i permet de générer l'ensemble des solutions possibles Λ dont la frontière inférieure contient l'ensemble des solutions "pareto-optimales". Chacune des méthodes ci-dessus présentées a ses avantages et inconvénients quant à son application pratique :

- La méthode de la somme pondérée offre l'avantage d'avoir à optimiser une seule fonction objectif. Les coefficients w_i , ne correspondant pas nécessairement à

l'importance relative des fonctions objectif, peuvent être choisis de façon arbitraire. L'inconvénient majeur réside dans le fait que certaines solutions "pareto-optimales" sont parfois inaccessibles lorsque l'espace des solutions possibles Λ est non convexe sur sa frontière inférieure.

- La méthode de soumission de certaines fonctions objectif à des contraintes permet de résoudre le problème de convexité de la méthode précédente et d'accéder ainsi à toutes les solutions "pareto-optimales". Cette méthode a pour principal inconvénient le choix adéquat des limites ε_i permettant de garantir l'existence de l'espace des solutions possibles Λ . En effet, ε_i doit toujours vérifier la relation suivante : $\varepsilon_i > f_i^*$ où f_i^* est l'optimum global de $f_i(x)$.
- La méthode de l'atteinte des objectifs fixés, quant à elle, s'inspire de la méthode précédente et pallie le problème posé par le choix des valeurs ε_i . Les valeurs fixées à atteindre f_i^* peuvent être choisies de façon arbitraire. Les valeurs des fonctions objectif optimales dépendent de la formulation du problème. En effet, elles peuvent être plus grandes, plus petites ou égales aux objectifs fixés. Le pourcentage d'atteinte de ces objectifs par les fonctions objectif est contrôlé par le vecteur des coefficients de pondération w . Pour garantir un même pourcentage d'atteinte des objectifs, il est recommandé de choisir le vecteur de coefficients de pondération w de telle sorte qu'il soit égal à la valeur absolue du vecteur des objectifs à atteindre (Grace, 1994). Par

ailleurs, les valeurs des fonctions objectif obtenues à la solution optimale ont tendance à être inférieures aux objectifs fixés lorsque w est positif et vice-versa.

2.3.3 Choix et utilisation pratique de la méthode à adopter

Le problème d'optimisation que nous avons à résoudre a une nature complexe qui tient d'abord de l'existence de cinq fonctions objectif soumis à des contraintes d'égalité et d'inégalité et ensuite du désir de les minimiser simultanément. Les valeurs optimales résultant de la minimisation individuelle des fonctions objectif f_i constituent, "dans le meilleur des mondes possibles", des objectifs f_i^* à atteindre. Pour ce faire, la méthode d'atteinte des objectifs est toute indiquée de par sa souplesse, sa simplicité et son application pratique. Cette méthode est implantée dans le logiciel "Matlab" à l'aide de la fonction de minimisation "Attgoal".

À la solution optimale, les contraintes actives traduisent le fait que les fonctions objectif y afférentes ne peuvent plus être améliorées et sont actives à un pourcentage γ près relativement aux objectifs fixés. Cette solution est pareto-optimale puisqu'elle se trouve à l'intersection des contraintes actives avec la frontière inférieure de l'ensemble des solutions Λ . À défaut de générer l'ensemble des solutions pareto-optimales en faisant varier le vecteur des coefficients de pondération w , nous choisissons ce vecteur comme suit : $w = \text{abs}(\text{goal})$ où $\text{abs}(\text{goal})$ est la valeur absolue du vecteur des objectifs fixés f_i^* .

(Grace, 1994). Cette condition garantit un même pourcentage d'atteinte des objectifs fixés à toutes les fonctions objectif actives.

Par ailleurs, un paramètre défini dans "Matlab" et dénommé `option(15)` permet de définir le nombre de fonctions objectif devant être égales ou plus proches des objectifs fixés y afférents. Il permet aussi d'incorporer les contraintes d'égalité du problème original. Toutes ces fonctions et contraintes d'égalité doivent constituer les premiers éléments du vecteur des contraintes relatif à la nouvelle formulation du problème. Puisque les objectifs à atteindre dans le cadre de notre étude ne sont pas fixés au hasard et qu'ils correspondent aux valeurs minimales des fonctions objectif, l'option(15) pourra tenir compte, selon la complexité du problème à résoudre, du nombre de fonctions objectif à minimiser simultanément de manière à ce que leurs valeurs optimales se rapprochent le plus possible des valeurs fixées.

Cette méthode, du point de vue pratique, peut être très utile dans le cadre d'un problème d'optimisation ayant une seule fonction objectif. En effet, il peut arriver que la solution globale soit difficile à localiser et qu'on dispose de plusieurs optima locaux. Le plus petit des optima locaux peut servir d'objectif à atteindre en vue de mieux cerner la solution globale.

CHAPITRE III

DESIGN OPTIMAL DE CHAQUE DOIGT SÉPARÉ

EXCLUANT LE SYSTÈME D'ENTRAÎNEMENT

Il s'agit ici de construire un modèle mathématique d'un doigt de la prothèse sans son système d'entraînement afin de l'optimiser sur la base d'un ou de plusieurs critères de performance.

3.1 Définition des paramètres et variables de design

3.1.1 Paramètres

Les figures 2.3 et 2.4 permettent de définir certains paramètres ou valeurs fixes durant tout le processus d'optimisation :

- l'excentricité EXC est égale à 2 mm pour tous les doigts et le pouce ;
- la force P aux bouts des doigts et du pouce est 45 N avec $\theta_p = 90^\circ$ (Vinet, 1995) ;
- la longueur r_i de la membrure entraînée se calcule comme suit :

$$\begin{cases} r_i = \frac{\sqrt{P l^2 + EXC^2} \sin\left(THMP - \arctg \frac{EXC}{P l}\right)}{\sin \theta_B} \\ \theta_B = \text{Arctg} \left[\frac{\sqrt{P l^2 + EXC^2} \sin\left(THMP - \arctg \frac{EXC}{P l}\right)}{M l + \sqrt{P l^2 + EXC^2} \cos\left(THMP - \arctg \frac{EXC}{P l}\right)} \right] \end{cases} \quad (3.1)$$

- Le tableau 3.1 donne les valeurs de certaines dimensions linéaires utiles à l'optimisation des doigts et du pouce.

Tableau 3.1 : Dimensions linéaires relatives aux doigts et au pouce

	Pouce	Index	Majeur	Annulaire	Auriculaire
DP1(mm)	17	15	15	15	13
DP2(mm)	15	13	13	13	11
DB(mm)	5	5	5	5	5
DQ(mm)	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5
WR3(mm)	6	5	5	5	4
r_{2min} (mm)	5	5	5	5	5
r_{2max} (mm)	15	15	15	15	15
r_{4min} (mm)	5	5	5	5	5
r_{4max} (mm)	22	7,5	7,5	7,5	7
M1(mm)	51,5	0	0	0	0
P1(mm)	31,5	43,5	43,5	43,5	34
P2(mm)	P2'=19	24	29	24	20
P3'(mm)	0	13,5	13,5	13,5	10,5

Les dimensions apparaissant au tableau 3.1 varient d'un doigt à l'autre et se définissent comme suit :

- DP1 : diamètre des premières phalanges ;
- DP2 : diamètre des deuxièmes phalanges ;
- DB : diamètre du ressort de rappel à l'axe B ;
- DQ : diamètre de l'axe de flexion Q ;
- WR3 : largeur de la membrure motrice ;
- r_{2min}, r_{2max} : longueurs minimale et maximale de la membrure d'accouplement ;
- r_{4min}, r_{4max} : longueurs minimale et maximale de la membrure fixe ;
- M1 : longueur du métacarpien du pouce ;
- P1 : longueur de la première phalange ;
- P2 : longueur de deuxième phalange ;
- P2' : longueur effective de la deuxième phalange ;
- P3' : longueur effective de la troisième phalange.

- L'angle de la membrure entraînée est donnée par la relation suivante :

$$\theta_{ii} = TP1_i + \theta_B \quad (3.2)$$

où l'angle θ_B est donné par la relation (3.1).

- Les angles de flexion, mesurés d'une phalange à l'autre pour chacune des sept positions des doigts et du pouce, sont fournis au tableau 3.2. Par ailleurs, ces angles varient d'un doigt à l'autre.

Tableau 3.2 : Angles de flexion des phalanges relatifs aux sept positions des doigts

	Pouce	Index	Majeur	Annulaire	Auriculaire
TP1 ₁ (°)	8	10	18	20	20
TP1 ₂ (°)	11	21	29	31	32
TP1 ₃ (°)	15	31	40	41	43
TP1 ₄ (°)	19	41	51	51	54
TP1 ₅ (°)	23	51	61	61	65
TP1 ₆ (°)	27	64	73	71	73
TP1 ₇ (°)	31	77	84	82	82
TP2 ₁ (°)	9,686	19,766	14,274	19,673	19,682
TP2 ₂ (°)	11,889	24,641	18,027	28,472	30,529
TP2 ₃ (°)	15,316	31,128	24,022	38,070	41,884
TP2 ₄ (°)	19,202	39,278	32,142	48,604	53,612
TP2 ₅ (°)	23,448	48,879	41,416	59,725	65,202
TP2 ₆ (°)	27,973	63,533	55,649	71,305	73,414
TP2 ₇ (°)	32,708	81,887	75,670	84,714	82,401
TP3(°)	0	30	30	30	30
THMP(°)	10	0	0	0	0

3.1.2 Variables de design

Connaissant les paramètres du mécanisme à quatre membrures, on peut déduire les variables de design de ce mécanisme à partir de l'équation de Freudenstein donnée par la

relation (2.14) : $k_1 \cos(\theta_{1i} - \theta_4) + k_2 \cos(\theta_{2i} - \theta_4) - k_3 = \cos(\theta_{1i} - \theta_{2i})$ où $k_1 = \frac{r_4}{r_2}$,

$k_2 = \frac{r_4}{r_1}$ et $k_3 = \frac{r_1^2 + r_2^2 - r_3^2 + r_4^2}{2r_1r_2}$. Puisque la longueur de la membrure entraînée r_1

est connue, le vecteur x des variables indépendantes de design est :

$$x = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5]^T = [\theta_A, r_2, r_3, r_4, \theta_4]^T \quad (3.3)$$

avec $x_1 = \theta_A = \theta_{2i} - (TP2_i + TP1_i + THMP)$. Les angles $TP1_i$ et $TP2_i$ et $THMP$ sont fournis au tableau 3.2.

Dans le cas général où les tolérances dimensionnelles Δr_j et les jeux aux joints R_{Cj} sont pris en compte, la relation (2.4), selon laquelle $\Delta r_j = R_{Cj} = \Delta_j = 3\sigma_j$ avec $\sigma_j = k r_j$, fait intervenir une variable de design additionnelle k qui est un facteur de proportionnalité permettant de calculer les écarts-types σ et par conséquent les tolérances dimensionnelles et les jeux aux joints en fonction des variables de design relatives aux longueurs des membrures. Le vecteur des variables de design devient alors :

$$x = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6]^T = [\theta_A, r_2, r_3, r_4, \theta_4, k]^T. \quad (3.4)$$

3.2 Formulation des fonctions objectif relatives à chacun des critères de performance

Il s'agit ici d'écrire les expressions mathématiques des critères de performance en fonction des variables de design du mécanisme.

Les cinq critères à minimiser sont : le couple-moteur maximal, l'énergie consommée, l'erreur quadratique moyenne sur l'angle de flexion TP2 de la deuxième phalange d'un doigt, la déviation de l'angle de transmission de sa valeur idéale et l'erreur mécanique sur l'angle de flexion de la deuxième phalange.

3.2.1 Fonction objectif relative au couple moteur-maximal en M : $f_1(X)$

L'équation (2.26), réécrite en fonction des variables de design comme dans la relation (A2.16), permet d'exprimer mathématiquement le critère de performance qu'est le couple-moteur maximal :

$$f_1(X) = M_{Mmax} \quad (3.5)$$

avec $M_{Mmax} =$

$$\max \left(x_3 P \left[\sin(\theta_p + \psi - \theta_3) + \frac{P3' \sin \theta_p + P2 \sin(\theta_p + \psi - \varphi) - EXC \cos(\theta_p + \psi - \varphi) - x_2 \sin(\theta_p + \psi - \theta_2)}{x_2 \sin(\theta_2 - \theta_1)} \sin(\theta_3 - \theta_1) \right] \right)$$

Connaissant les longueurs des membrures et les angles $x_1 = \theta_A$ et $x_5 = \theta_4$, on peut calculer le couple moteur maximal en M et les angles TP1 ou θ_1 correspondants. Ce couple-

moteur maximal est évalué pour chacun des mécanismes trouvés, donc à chaque itération. L'expression de θ_2 est donnée par les relations (A1.15), (A2.17) et (A2.18). On a $\theta_3' = \theta_3 - \pi$ où θ_3 est donné par les relations (A1.21), (A2.19) et (A2.20). Les angles φ et ψ sont donnés par la relation (A2.21).

3.2.2 Fonction objectif relative à l'énergie consommée à travers le cycle de fermeture du mécanisme : $f_2(X)$

Les relations (2.27) et (A2.23) permettent d'obtenir l'expression mathématique de l'énergie consommée à travers le cycle de fermeture du mécanisme :

$$f_2(X) = \int_{\theta_{3i}}^{\theta_{3f}} |M_{Mi}| d\theta_3 \quad (3.6)$$

$$M_{Mi} = x_3 P \left[\sin(\theta_p + \psi_i - \theta_{3i}') + \frac{P_3' \sin \theta_p + P_2 \sin(\theta_p + \psi_i - \varphi_i) - EXC \cos(\theta_p + \psi_i - \varphi_i) - x_2 \sin(\theta_p + \psi_i - \theta_{2i})}{x_2 \sin(\theta_{2i} - \theta_{1i})} \sin(\theta_{3i}' - \theta_{1i}) \right] ..$$

L'angle θ_{2i} est défini à l'aide des relations (A1.15), (A2.17) et (A2.18). On a $\theta_3' = \theta_3 - \pi$ où θ_3 est défini par les équations (A1.21), (A2.19) et (A2.20). Les angles φ et ψ sont donnés par la relation (A2.21).

3.2.3 Fonction objectif relative à l'erreur structurale sur l'angle de flexion TP2 :

$$f_3(X)$$

L'expression mathématique de l'erreur structurale est donnée par les relations (2.28) et (A2.24) ici par :

$$f_3(X) = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^7 (\theta_{2ic} - \theta_{2id})^2 \text{ avec } c = \text{calculé et } d = \text{désiré.} \quad (3.7)$$

L'expression de θ_{2ic} est donnée par les relations (A1.15), (A2.17) et (A2.18). Les valeurs de θ_{2id} sont obtenues grâce à l'équation (A2.26).

3.2.4 Fonction objectif relative à la déviation de l'angle de transmission de sa valeur idéale : $f_4(X)$

La déviation de l'angle de transmission de sa valeur idéale de 90° se traduit mathématiquement par les équations (2.30) et (A2.31) sous la forme :

$$f_4(X) = \Delta\mu = (\mu_{\max} - 90^\circ)^2 + (\mu_{\min} - 90^\circ)^2 \quad (3.8)$$

Les valeurs extrêmes de l'angle de transmission sont données ici par la relation (A2.32),

$$\text{à savoir : } \begin{cases} \mu_{\min} = \arccos\left(\frac{r_1^2 + x_2^2 - x_1^2 - x_4^2 + 2x_1x_4 \cos(\theta_{17} - x_4)}{2r_1x_2}\right) \\ \mu_{\max} = \arccos\left(\frac{r_1^2 + x_2^2 - x_1^2 - x_4^2 + 2x_1x_4 \cos(\theta_{11} - x_4)}{2r_1x_2}\right) \end{cases} \cdot \text{L'angle } \theta_{ji} \text{ est défini par les}$$

équations (A1.21), (A2.19) et (A2.20).

3.2.5 Fonction objectif relative à l'erreur mécanique sur l'angle de flexion TP2 :

$$f_5(X)$$

L'erreur mécanique due aux tolérances dimensionnelles et aux jeux dans les joints est exprimée à l'aide des relations (2.32) et (A2.33) :

$$f_5(X) = \Delta TP2_{mec} = \Delta \theta_{2mec} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^7 (\Delta \theta_{2i})^2 \quad (3.9)$$

L'erreur mécanique à la position i est donnée par la formule (2.31) : $\Delta \theta_{2i} = 3\sigma_{\theta_{2i}}$ et

l'écart-type par la formule (A2.35) : $\sigma_{\theta_{2i}} = x_6 \sqrt{2 \left[\left(\frac{\partial \theta_{2i}}{\partial r_1} \sigma_{r_1} \right)^2 + \sum_{j=2}^4 \left(\frac{\partial \theta_{2i}}{\partial x_j} x_j \right)^2 \right]}$. Les

dérivées partielles $\frac{\partial \theta_{2i}}{\partial r_1}$ et $\frac{\partial \theta_{2i}}{\partial x_j}$ sont fournies par la relation (A2.36).

3.3 Formulation des contraintes d'égalité et d'inégalité

Ces contraintes sont, comme les fonctions objectif, exprimées en fonction des variables indépendantes de design. Elles sont développées en annexe IV.

3.3.1 Contraintes d'égalité

Ces contraintes sont du type : $h_i(X) = 0$. Elles sont introduites par les équations permettant de synthétiser le mécanisme par référence à sept positions.

3.3.1.1 Contraintes dues à l'équation vectorielle du mécanisme

Les sept positions connues du mécanisme, grâce à la méthode des moindres carrés, permettent d'obtenir 3 équations, donc 3 contraintes d'égalité données par les relations (A4.1), (A4.2) et (A4.3) :

$$h_1(X) = k_1 \sum_{i=1}^7 \cos^2(\theta_{1i} - x_5) + k_2 \sum_{i=1}^7 \cos(\theta_{2i} - x_5) \cos(\theta_{1i} - x_5) - k_3 \sum_{i=1}^7 \cos(\theta_{1i} - x_5) - \sum_{i=1}^7 \cos(\theta_{1i} - \theta_{2i}) \cos(\theta_{1i} - x_5) = 0 ; \quad (3.10)$$

$$h_2(X) = k_1 \sum_{i=1}^7 \cos(\theta_{1i} - x_5) \cos(\theta_{2i} - x_5) + k_2 \sum_{i=1}^7 \cos^2(\theta_{2i} - x_5) - k_3 \sum_{i=1}^7 \cos(\theta_{2i} - x_5) - \sum_{i=1}^7 \cos(\theta_{1i} - \theta_{2i}) \cos(\theta_{2i} - x_5) = 0 ; \quad (3.11)$$

$$h_3(X) = k_1 \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{1i} - x_5) + k_2 \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{2i} - x_5) - 7k_3 - \sum_{i=1}^7 \cos(\theta_{1i} - \theta_{2i}) = 0 ; \quad (3.12)$$

avec k_1 , k_2 et k_3 donnés par la relation (A4.4) ; l'angle θ_{2i} est défini par l'équation (A4.5) et l'angle θ_{1i} exprimé par la relation (3.2).

3.3.2 Contraintes d'inégalité

Pour respecter la syntaxe du toolbox d'optimisation du logiciel MatLab, ces contraintes sont du type $g_i(X) \leq 0$.

3.3.2.1 Contraintes dues à l'angle de transmission du mécanisme

Dans le but d'obtenir un angle de transmission minimal acceptable, il importe de respecter certaines contraintes. Sachant que :

$$\begin{cases} \mu_{\min} = \arccos\left(\frac{r_1^2 + x_2^2 - x_3^2 - x_4^2 + 2x_3x_4 \cos(\theta_{37} - x_5)}{2r_1x_2}\right) \\ \mu_{\max} = \arccos\left(\frac{r_1^2 + x_2^2 - x_3^2 - x_4^2 + 2x_3x_4 \cos(\theta_{31} - x_5)}{2r_1x_2}\right) \end{cases}$$

les contraintes qui en découlent sont définies par les relations (A4.26), (A4.27) et (A4.28) :

$$g_1(X) = \left| \frac{r_1^2 + x_2^2 - x_3^2 - x_4^2 + 2x_3x_4 \cos(\theta_{37} - x_5)}{2r_1x_2} \right| - 1 \leq 0; \quad (3.13)$$

$$g_2(X) = \left| \frac{r_1^2 + x_2^2 - x_3^2 - x_4^2 + 2x_3x_4 \cos(\theta_{31} - x_5)}{2r_1x_2} \right| - 1 \leq 0; \quad (3.14)$$

$$g_3(X) = 20^\circ - \mu_{\min} \leq 0; \quad (3.15)$$

L'angle θ_{3i} est calculé à l'aide des relations (A1.21), (A2.19) et (A2.20).

3.3.2.2 Contraintes permettant d'éviter les points de blocage dans le mécanisme

Pour éviter les points de blocage dans le mécanisme, aucun point mort ne doit exister.

Les angles limites du mécanisme doivent vérifier les relations (A4.34), (A4.35), (A4.36) et (A4.37) suivantes :

$$g_4(X) = TH1D1 - TH1L1 \leq 0; \quad (3.16)$$

$$g_5(X) = TH1L2 - TH1D2 \leq 0; \quad (3.17)$$

$$g_6(X) = TH3D1 - TH3L1 \leq 0; \quad (3.18)$$

$$g_7(X) = TH3L2 - TH3D2 \leq 0; \quad (3.19)$$

où TH1L1, TH1L2, TH3L1, TH3L2, dont les valeurs sont fournies par la relation (A4.33), sont respectivement les angles limites des membrures entraînée et motrice correspondant à la position de départ (L1) et à la position d'arrivée (L2) du mécanisme. TH1D1, TH3D1, TH1D2, TH3D2 sont des angles correspondant au premier point mort (D1) et au deuxième (D2) des membrures entraînée et motrice. Les valeurs de ces angles aux points morts sont données par les relations (A4.29), (A4.30), (A4.31) et (A4.32).

3.3.2.3 Contraintes garantissant l'obtention des membrures entrecroisées durant le mouvement du mécanisme

Pour garantir que les membrures restent entrecroisées pendant le mouvement du mécanisme, deux contraintes doivent être respectées aux positions de départ et d'arrivée du mécanisme, comme le confirment les relations (A4.38) (A4.39) (A4.40) (A4.41) suivantes :

$$g_8(X) = \theta_{QB1} - \theta_{QA1} \leq 0; \quad (3.20)$$

$$g_9(X) = \theta_{MB1} - \theta_{MA1} \leq 0; \quad (3.21)$$

$$g_{10}(X) = \theta_{QB7} - \theta_{QA7} \leq 0 ; \quad (3.22)$$

$$g_{11}(X) = \theta_{MB7} - \theta_{MA7} \leq 0 ; \quad (3.23)$$

où les angles θ_{QAi} , θ_{QBi} , θ_{MBi} et θ_{MAi} montrés à la figure A4.2 sont définis de la même façon qu'à la relation (A4.42).

Par ailleurs, puisque l'angle de la membrure fixe $x_5 = \theta_4$ oscille autour de 2π et non autour de 0, la contrainte suivante doit être vérifiée :

$$g_{12}(X) = x_5 - 2\pi - \theta_{11} \leq 0 \quad (3.24)$$

Cette contrainte traduit le fait que, à l'ouverture des doigts, l'angle $\theta_4 - 2\pi$ que fait la membrure fixe avec l'horizontale, angle mesuré dans le sens des aiguilles d'une montre, doit être inférieur à l'angle de la membrure entraînée θ_{11} définie par la relation (3.2).

3.3.2.4 Contrainte relative au dépassement de la membrure motrice à l'intersection des limites extérieures des phalanges P1 et P2

Pour éviter le dépassement de la membrure motrice à cette intersection (figure A4.3a), la distance de Z par rapport à l'axe R_j (figure A4.3c) doit être supérieure à la moitié de la largeur WR3 de la membrure motrice, à la position de fermeture des doigts et du pouce. La contrainte qui en découle est définie par la relation (A4.48) et traduite ici par :

$$g_{13}(X) = -\sqrt{A^2 + B^2} \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \theta_{37} - \arctg \frac{B}{A}\right) + \frac{WR3}{2} \leq 0 \quad (3.25)$$

où A et B sont donnés par la relation (A4.49) suivante :

$$\begin{cases} A = M1 \sin TP1_7 + (P1 - X1) \sin(TP1_7 + THMP) + \frac{DP1}{2} \cos(TP1_7 + THMP) - x_4 \sin x_5 \\ B = M1 \cos TP1_7 + (P1 - X1) \cos(TP1_7 + THMP) - \frac{DP1}{2} \sin(TP1_7 + THMP) - x_4 \cos x_5 \end{cases}$$

avec THMP=0 pour les doigts, X1 défini par l'équation (A4.50) et l'angle θ_{37} calculé à l'aide des relations (A1.21), (A2.19) et (A2.20).

3.3.2.5 Contrainte relative au dépassement de la membrure motrice à l'intersection du métacarpien du pouce M1 et de la phalange P1

Cette contrainte n'est valable que pour le pouce et le cas le plus critique a lieu à l'ouverture. Pour éviter le dépassement de la membrure motrice à l'intersection R (figure A4.4a), la distance de R par rapport à l'axe R_3 (figure A4.4c) doit être supérieure à la moitié de la largeur WR3 de la membrure motrice, à la position d'ouverture du pouce. D'où la contrainte suivante exprimée par la relation (A4.54) :

$$g_{14}(X) = -\sqrt{C^2 + D^2} \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \theta_{31} - \arctg \frac{D}{C}\right) + \frac{WR3}{2} \leq 0 \quad (3.26)$$

où C et D sont donnés par la relation (A4.55) suivante :

$$\begin{cases} C = (M1 - Y) \sin TP1_1 + \frac{DP1}{2} \cos TP1_1 - x_4 \sin x_5 \\ D = (M1 - Y) \cos TP1_1 - \frac{DP1}{2} \sin TP1_1 - x_4 \cos x_5 \end{cases}$$

la distance Y_1 est donnée par la formule (A4.51) et l'angle θ_{31} calculé à l'aide des relations (A1.21), (A2.19) et (A2.20).

3.4 Limites supérieures et inférieures des variables de design

3.4.1 Limites dues aux tolérances et aux jeux dans les joints

D'après la relation (2.4), les tolérances dimensionnelles et les jeux aux joints sont directement proportionnels aux variables de design relatives aux longueurs des membrures dont nous connaissons l'ordre de grandeur. Sachant par ailleurs que le coût de la fabrication est inversement proportionnel aux tolérances, nous fixons les limites de la variable de proportionnalité adimensionnelle $x_6=k$ aux valeurs suivantes : $k_{\min}=0,001$ et $k_{\max}=0,01$, soit :

$$k_{\min} \leq x_6 \leq k_{\max}. \quad (3.27)$$

3.4.2 Limites sur les longueurs des membrures

La longueur de la membrure entraînée r_1 est connue et les valeurs limites ne concernent que les membrures fixe et de jonction. Ainsi, on a :

$$r_{2\min} \leq x_2 \leq r_{2\max} ; r_{4\min} \leq x_4 \leq r_{4\max}. \quad (3.28)$$

Ces valeurs extrêmes, fournies au tableau 3.1, résultent de l'expérience acquise dans la fabrication du deuxième prototype de la prothèse conçue par Vinet et al. (1995).

3.4.3 Limites sur les angles

L'angle θ_4 de la membrure fixe, mesuré dans le sens des aiguilles d'une montre, oscille autour de 360° et non autour de 0° . Par conséquent, il doit être compris entre 315° et 360° (380° pour le majeur). Par conséquent, on a :

$$315^\circ \leq x_5 \leq 360^\circ (380^\circ). \quad (3.29)$$

Par ailleurs, l'angle θ_{21} doit être compris entre 20° et 115° . Sachant que $x_1 = \theta_A$ est liée à θ_{21} par la relation : $\theta_A = \theta_{21} - (TP1_1 + TP2_1 + THMP)$, cette variable est donc soumise aux limites suivantes :

$$20 - (TP1_1 + TP2_1 + THMP) \leq x_1 \leq 115 - (TP1_1 + TP2_1 + THMP). \quad (3.30)$$

Les valeurs limites sur les angles θ_A et θ_4 résultent de la fabrication du deuxième prototype de la prothèse conçue par Vinet et al. (1995). Les angles de flexion $TP1_1$ et $TP2_1$ sont donnés au tableau 3.2.

3.5 Formulation du problème d'optimisation relatif aux critères de performance

Il s'agit ici de minimiser chacun des cinq critères de performance ou une combinaison de ces derniers qui sont :

- le couple moteur maximal, $f_1(X) = M_{Mmax}$ (Nmm) ;
- l'énergie consommée, $f_2(X) = E_M$ ($10^{-3}J$) ou (Nmm) ;
- l'erreur quadratique moyenne sur l'angle de flexion TP2, $f_3(X) = \Delta TP2$ ($^\circ$)² ;
- la déviation de l'angle de transmission de la valeur idéale, $f_4(X) = \Delta\mu$ ($^\circ$)² ;
- l'erreur mécanique sur l'angle de flexion TP2, $f_5(X) = \Delta TP2_{mec}$ ($^\circ$)² .

Le problème d'optimisation consiste d'une part en la solution de sept problèmes d'optimisation différents. Le tableau 3.3 met en exergue la relation entre les différents problèmes d'optimisation et les fonctions objectif f_i relatifs aux cinq critères de performance ci-dessus définis. Ces différents problèmes correspondent à des fonctions objectif F_i utilisées dans le programme d'optimisation que nous avons écrit et compilé à l'aide du module d'optimisation du logiciel Matlab, version 4.2c. Pour tous les doigts de la main, nous avons un total de 35 problèmes d'optimisation à résoudre.

Tableau 3.3 : Relations entre les fonctions objectif f_i et F_i

Problèmes d'optimisation	Critères de performance
F_1	f_1
F_2	f_2
F_3	f_3
F_4	f_4
F_5	f_5
F_6	$[f_1, f_2, f_3, f_4]$
F_7	$[f_1, f_2, f_3, f_4, f_5]$

Chacune des fonctions objectif $F_i(X)$ décrites au tableau 3.3 est sujette à des contraintes d'égalité et d'inégalité. Le problème d'optimisation se formule donc comme suit :

Min $F_i(X)$

sujette aux contraintes d'égalité et d'inégalité qui, selon la syntaxe du logiciel

MATLAB, sont contenues dans un vecteur "G" comme suit :

$$G(1)...G(3) : h_i(X) = 0 \quad i = 1..3 ; k_i=0 ;$$

$$G(4+ k_i)...G(16+ k_i) : g_j(x) \leq 0 \quad j = 1...13 ;$$

si le doigt considéré est le pouce, alors $G(17+ k_i) : g_{i,4}(x) \leq 0 ; k_i= k_i+1 .$

3.6 Présentation et discussion des résultats issus de l'optimisation des mécanismes des doigts et du pouce

À cause de la non-linéarité et de la non-convexité des différents problèmes à résoudre, nous avons fait appel aux techniques de programmation non linéaire du logiciel Matlab. La fonction objectif F_j à minimiser est un vecteur contenant la ou les fonctions objectif f_i relatives aux critères de performance y afférents. La fonction de minimisation avec contraintes "constr" de Matlab minimise un seul critère de performance tandis que la fonction "attgoal" minimise simultanément plusieurs critères de performance en utilisant la méthode d'atteinte des objectifs fixés décrite à la section 2.3. Le vecteur des coefficients de pondération w utilisé par la fonction "attgoal" est défini comme suit : $w = \text{abs(goal)}$ où abs(goal) est la valeur absolue du vecteur des objectifs fixés "goal".

Pour tenter de cerner les solutions optimales globales, nous avons utilisé au moins trois points de départ et avons fait varier les critères de convergence sur les variables de design, la fonction objectif et les contraintes d'égalité et d'inégalité. Les tableaux 3.4 à 3.13 montrent les résultats relatifs à l'optimisation des mécanismes de la prothèse.

L'annexe V met en exergue, pour chacun des doigts, les trois points de départ et les critères de convergence utilisés, le nombre d'itérations à la fin du processus d'optimisation, les contraintes actives, les valeurs optimales des variables de design et des fonctions objectif pour les différentes étapes de l'optimisation des fonctions f_i .

Les résultats sont présentés sous la forme décimale avec plusieurs chiffres après la virgule. Sachant que les coûts de fabrication des pièces mécaniques sont inversement proportionnels aux tolérances dimensionnelles exigées et à la précision requise lors l'obtention de ces pièces, trois chiffres significatifs seront suffisants pour obtenir une précision et des tolérances dimensionnelles acceptables pour la synthèse optimale des mécanismes.

Dans le but de vérifier et de comparer les résultats obtenus pour un critère de performance donné, le premier point de départ a été généralement utilisé avec toutes les contraintes d'égalité et d'inégalité du problème. Les deux autres points de départ ont été souvent utilisés seulement avec les contraintes actives. Les trois points de départ utilisés conduisent à des résultats identiques pour la précision requise dans cette étude. Par ailleurs, il importe de calculer, pour chacun des problèmes d'optimisation, les valeurs de tous les critères de performance utilisés dans cette étude afin de mieux cerner leur comportement lorsqu'on passe d'un problème à un autre.

En présence des tolérances dimensionnelles et compte tenu de l'ordre de grandeur des variables de design x_1 à x_5 , un changement de variable sur $x_6=k$ a été nécessaire. Puisque k varie de 0,001 à 0,01, on a finalement $x_6=10^3k$.

Le pouce a été le plus difficile à optimiser. Nous l'avons analysé après tous les autres doigts. L'optimisation des quatre autres doigts a permis de fixer les critères de

convergence jugés suffisants pour obtenir les résultats optimaux escomptés. Ces critères sont : 10^{-7} pour les variables de design, 10^{-9} pour les fonctions objectif et 10^{-7} pour les contraintes d'égalité et d'inégalité.

3.6.1 Optimisation du mécanisme du pouce

Le tableau 3.4 contient les valeurs réelles des variables indépendantes de design optimales tandis que le tableau 3.5 présente en caractères gras les valeurs minimales des fonctions objectif f_i et les valeurs extrêmes de l'angle de transmission pour le mécanisme optimal. Compte tenu de l'ordre de grandeur des variables x_1 , x_2 , x_4 et x_5 , un changement de variable sur x_3 a consisté à considérer : $x_3 = 10^{-1}x_3$.

Tableau 3.4 : Variables de design optimales du pouce

$F_i(X)$	variables indépendantes de design					
	$x_1(^{\circ})$ θ_3	$x_2(\text{mm})$ r_2	$x_3(\text{mm})$ r_3	$x_4(\text{mm})$ r_4	$x_5(^{\circ})$ θ_4	x_6 k
F_1	25,198	9,349	77,654	12,880	360,000	
F_2	16,592	5,061	79,926	7,451	360,000	
F_3	24,642	9,150	77,790	12,625	360,000	
F_4	61,219	6,165	75,423	9,843	351,668	
F_5	87,314	8,394	71,660	11,280	346,557	0,001
F_6	32,343	5,000	78,599	8,030	356,529	
F_7	87,115	7,800	72,550	10,423	345,564	0,010

La fonction F_3 , relative à l'erreur quadratique sur l'angle de flexion de la deuxième phalange, converge très lentement vers la solution optimale lorsqu'elle est minimisée avec la fonction "constr" de Matlab.

Pour pallier cette difficulté, la fonction "leastsq" de Matlab a été utilisée tout en respectant les limites imposées aux variables de design. Elle minimise une fonction quadratique sans contraintes, à l'aide de la méthode des moindres carrés. Toutes les contraintes d'égalité et d'inégalité ont été satisfaites. Les tableaux A5.65 à A5.69 montrent le processus d'optimisation adopté.

Tableau 3.5 : Valeurs optimales des fonctions objectif f_i relatives au pouce

$F_i(X)$	$f_1(\text{Nmm})$ $M_{M\max}$	$f_2(\text{Nmm})$ E_M	$f_3(^{\circ})^2$ $\Delta TP2$ 10^{-6}	$f_4(^{\circ})^2$ $\Delta\mu$	$f_5(^{\circ})^2$ $\Delta TP2_{\text{mec}}$	$\mu_{\min}(^{\circ})$	$\mu_{\max}(^{\circ})$
F_1	4114,187	2003,207	0,287343	2860,501		114,513	137,536
F_2	4479,167	2003,006	43,28421	4247,685		123,121	146,131
F_3	4129,307	2003,192	0,053217	2941,222		115,069	138,091
F_4	4514,463	2004,941	3150,561	267,6550		78,447	101,584
F_5	4711,722	2005,843	7053,634	1629,463	12,49189	52,321	75,516
F_6	4495,553	2003,922	558,0472	1934,946		107,351	130,421
F_7	4730,344	2005,898	7346,307	1608,898	1331,058	52,518	75,716

3.6.2 Optimisation du mécanisme de l'index

Les tableaux 3.6 et 3.7 présentent respectivement les variables de design optimales et les valeurs de toutes les fonctions objectif f_i dont les valeurs minimales sont en caractères gras. Les valeurs extrêmes de l'angle de transmission pour le mécanisme optimal sont aussi fournies. La fonction de minimisation sans contraintes "leastsq" de Matlab a été utilisée pour minimiser l'erreur quadratique contenue dans la fonction F_3 . Toutes les contraintes d'égalité et d'inégalité ainsi que les limites imposées aux variables de design sont satisfaites. Les tableaux A5.1 à A5.16 présentent le processus d'optimisation.

Tableau 3.6 : Variables de design optimales de l'index

$F_i(X)$	variables indépendantes de design					
	$x_1(^{\circ})$ θ_A	$x_2(\text{mm})$ r_2	$x_3(\text{mm})$ r_3	$x_4(\text{mm})$ r_4	$x_5(^{\circ})$ θ_4	x_6 k
F_1	63,768	5,000	38,618	5,734	360,000	
F_2	63,768	5,000	38,618	5,734	360,000	
F_3	64,900	5,184	38,407	5,894	359,989	
F_4	63,768	5,000	38,618	5,734	360,000	
F_5	68,044	5,680	37,832	6,294	359,840	0,001
F_6	64,886	5,179	38,412	5,889	359,982	
F_7	64,926	5,191	38,398	5,901	360,000	0,001

Tableau 3.7 : Valeurs optimales des fonctions objectif f_i relatives à l'index

$F_i(X)$	$f_1(\text{Nmm})$ M_{Mmax}	$f_2(\text{Nmm})$ E_M	$f_3(^{\circ})^2 \cdot 10^{-7}$ $\Delta TP2$	$f_4(^{\circ})^2$ $\Delta \mu$	$f_5(^{\circ})^2$ $\Delta TP2_{mec}$	$\mu_{min}(^{\circ})$	$\mu_{max}(^{\circ})$
F_1	3971,271	4069,546	3145,164	3409,695		31,732	93,814
F_2	3971,271	4069,546	3145,164	3409,695		31,732	93,814
F_3	4041,965	4070,726	0,354338	3537,935		30,581	92,702
F_4	3971,271	4069,546	3145,164	3409,695		31,732	93,814
F_5	4272,521	4074,502	31598,88	3922,414	8,720855	27,372	89,617
F_6	4041,060	4070,725	0,369776	3536,365		30,595	92,716
F_7	4043,664	4070,286	0,418565	3540,883	10,30286	30,555	92,676

3.6.3 Optimisation du mécanisme du majeur

Les variables de design optimales relatives au mécanisme du majeur sont présentées au tableau 3.8. Les valeurs de toutes les fonctions objectif f_i sont, quant à elles, données au tableau 3.9. Les valeurs minimales de ces fonctions objectif y apparaissent en gras. Les valeurs minimale et maximale de l'angle de transmission sont données pour les mécanismes optimaux. La fonction de minimisation avec contraintes "Constr" de Matlab a été utilisée sans difficulté pour optimiser l'erreur quadratique moyenne contenue dans la fonction objectif F_3 . Les principales étapes d'optimisation sont montrées aux tableaux A5.17 à A5.32 de l'annexe V.

Tableau 3.8 : Variables de design optimales du majeur

$F_i(X)$	variables indépendantes de design					
	$X_1(^{\circ})$ θ_A	$x_2(\text{mm})$ r_2	$x_3(\text{mm})$ r_3	$x_4(\text{mm})$ r_4	$x_5(^{\circ})$ θ_4	x_6 k
F_1	82,241	5,000	37,133	5,912	375,368	
F_2	82,241	5,000	37,133	5,912	375,368	
F_3	82,293	5,000	37,135	5,906	375,335	
F_4	82,241	5,000	37,133	5,912	375,368	
F_5	82,295	5,010	37,120	5,920	375,368	0,001
F_6	82,287	5,000	37,135	5,907	375,339	
F_7	82,294	5,004	37,128	5,912	375,349	0,001

Tableau 3.9 : Valeurs optimales des fonctions objectif f_i relatives au majeur

$F_i(X)$	$f_1(\text{Nmm})$ $M_{M\max}$	$f_2(\text{Nmm})$ E_M	$f_3(^{\circ})^2 \cdot 10^{-4}$ $\Delta TP2$	$f_4(^{\circ})^2$ $\Delta \mu$	$f_5(^{\circ})^2$ $\Delta TP2_{\text{mec}}$ 10^{-2}	$\mu_{\min} (^{\circ})$	$\mu_{\max} (^{\circ})$
F_1	6631,015	4727,105	1816,238	4983,563		20,056	80,443
F_2	6631,015	4727,105	1816,238	4983,563		20,056	80,443
F_3	6641,018	4727,322	1791,986	4992,275		20,000	80,394
F_4	6631,015	4727,105	1816,238	4983,563		20,056	80,443
F_5	6641,438	4727,208	1804,390	4992,343	1353,041	20,000	80,390
F_6	6639,864	4727,297	1794,772	4991,272		20,006	80,400
F_7	6641,199	4727,273	1797,311	4992,304	1357,010	20,000	80,392

3.6.4 Optimisation du mécanisme de l'annulaire

Les valeurs optimales des variables indépendantes de design du mécanisme de l'annulaire sont présentées au tableau 3.10. Le tableau 3.11 présente non seulement les valeurs minimales des fonctions objectif f_i en caractères gras, mais aussi les valeurs des autres fonctions objectif relatives aux critères de performance. Les valeurs extrêmes de l'angle de transmission pour le mécanisme optimal sont fournies. La fonction de minimisation sans contraintes "leastsq" de Matlab a été utilisée pour faciliter la minimisation de l'erreur quadratique de la fonction objectif F_3 tout en imposant l'angle de la membrure fixe θ_4 égal à 360° pour respecter les limites imposées aux variables de design. Toutes les contraintes d'égalité et d'inégalité se sont avérées satisfaites. Les tableaux A5.33 à A5.48 de l'annexe V montrent les principales étapes d'optimisation.

Tableau 3.10 : Variables de design optimales de l'annulaire

$F_i(X)$	variables indépendantes de design					
	$x_1(^{\circ})$ θ_A	$x_2(\text{mm})$ r_2	$x_3(\text{mm})$ r_3	$x_4(\text{mm})$ r_4	$x_5(^{\circ})$ θ_4	x_6 k
F_1	44,874	6,437	39,735	7,500	360,000	
F_2	35,635	5,000	40,977	5,934	360,000	
F_3	43,006	6,152	40,003	7,196	360,000	
F_4	35,635	5,000	40,977	5,934	360,000	
F_5	68,885	7,335	39,016	7,500	343,047	0,001
F_6	42,996	6,151	40,004	7,195	360,000	
F_7	43,026	6,155	40,000	7,200	360,000	0,001

Tableau 3.11 : Valeurs optimales des fonctions objectif f_i relatives à l'annulaire

$F_i(X)$	$f_1(\text{Nmm})$ $M_{N\max}$	$f_2(\text{Nmm})$ E_M	$f_3(^{\circ})^2 \cdot 10^{-7}$ $\Delta TP2$	$f_4(^{\circ})^2$ $\Delta \mu$	$f_5(^{\circ})^2$ $\Delta TP2_{\text{mec}}$	$\mu_{\min}(^{\circ})$	$\mu_{\max}(^{\circ})$
F_1	3296,796	3791,047	1055,350	2304,739		47,770	112,833
F_2	3376,143	3788,654	8584,755	2111,462		57,045	122,022
F_3	3308,997	3790,425	0,389289	2237,832		49,648	114,689
F_4	3376,143	3788,654	8584,755	2111,462		57,045	122,022
F_5	3546,367	3817,386	1824131	4005,030	5,532088	26,775	92,769
F_6	3309,067	3790,422	0,416287	2237,512		49,658	114,699
F_7	3308,850	3790,432	0,507908	2238,496	7,262488	49,627	114,668

3.6.5 Optimisation du mécanisme de l'auriculaire

Les dimensions optimales du mécanisme de l'auriculaire sont présentées au tableau 3.12.

Le tableau 3.13 présente les valeurs de toutes les fonctions objectif. Les caractères gras symbolisent les valeurs minimales des fonctions objectif y afférents. Les valeurs extrêmes de l'angle de transmission pour le mécanisme optimal sont aussi fournies.

L'optimisation de la fonction $f_2(X)$, relative à l'énergie consommée, a été obtenue après plusieurs itérations comme le montrent les tableaux A5.52 à A5.55 de l'annexe V. On y observe une convergence très lente, notamment près de la solution optimale. La fonction "leastsq" de Matlab a été utilisée pour assurer la minimisation de l'erreur quadratique contenue dans la fonction objectif F_3 .

Les tableaux A5.49 à A5.64 de l'annexe V mettent en exergue le processus d'optimisation adopté.

Tableau 3.12 : Variables de design optimales de l'auriculaire

$F_i(X)$	variables indépendantes de design					
	$x_1(^{\circ})$ θ_A	$x_2(\text{mm})$ r_2	$x_3(\text{mm})$ r_3	$x_4(\text{mm})$ r_4	$x_5(^{\circ})$ θ_4	x_6 k
F_1	30,254	6,946	32,400	7,000	360,000	
F_2	26,470	6,521	32,757	6,528	360,000	
F_3	30,187	6,937	32,407	6,990	359,993	
F_4	35,169	6,843	32,084	7,000	357,731	
F_5	57,961	6,814	31,139	7,000	343,627	0,001
F_6	30,260	6,946	32,400	7,000	359,997	
F_7	30,270	6,946	32,399	7,000	359,993	0,001

Tableau 3.13 : Valeurs optimales des fonctions objectif f_i relatives à l'auriculaire

$F_i(X)$	$f_1(\text{Nmm})$ $M_{M\max}$	$f_2(\text{Nmm})$ E_M	$f_3(^{\circ})^2$ $\Delta TP2$ 10^{-6}	$f_4(^{\circ})^2$ $\Delta \mu$	$f_5(^{\circ})^2$ $\Delta TP2_{\text{mec}}$	$\mu_{\min} (^{\circ})$	$\mu_{\max} (^{\circ})$
F_1	2513,522	2991,197	0,070341	2023,819		63,979	126,697
F_2	2539,640	2991,069	8,197039	2132,853		67,765	130,478
F_3	2514,127	2991,201	0,061149	2025,261		64,045	126,764
F_4	2552,976	2994,117	4133,205	1975,950		59,015	121,872
F_5	2810,834	3009,974	153496,1	3022,539	3,411990	35,834	99,412
F_6	2513,571	2991,201	0,062574	2023,693		63,972	126,691
F_7	2513,645	2991,207	0,077755	2023,508	4,345814	63,962	126,682

3.6.6 Comparaison et discussion des résultats issus de tous les doigts

3.6.6.1 Variables de design et fonctions objectif optimales

Les variables de design optimales et les fonctions objectif minimales peuvent être mieux cernées, comparées et interprétées à l'aide des figures 3.1 à 3.5 pour les variables de design et des figures 3.6 à 3.10 pour les fonctions objectif.

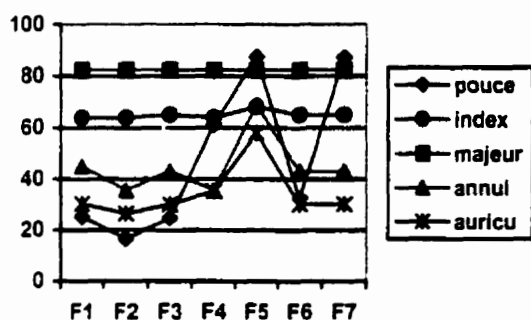


Figure 3.1 : Variable de design $x_1 = \theta_A(^{\circ})$

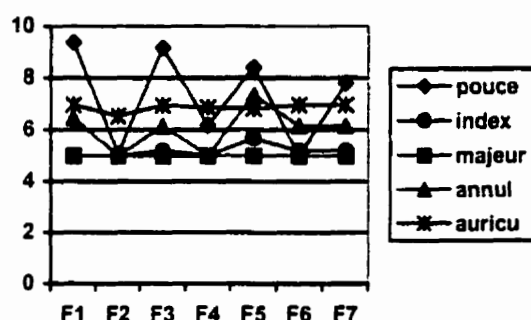


Figure 3.2 : Variable de design $x_2 = r_2(\text{mm})$

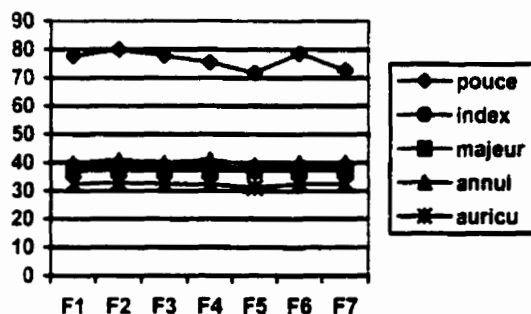


Figure 3.3 : Variable de design $x_3 = r_3(\text{mm})$

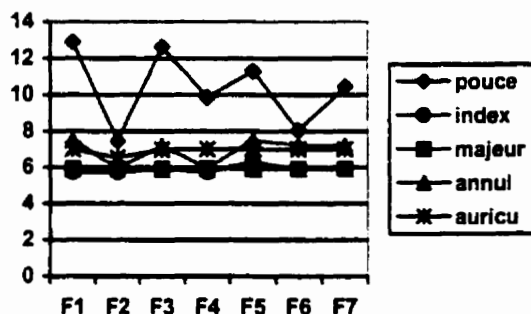


Figure 3.4 : Variable de design $x_4 = r_4(\text{mm})$

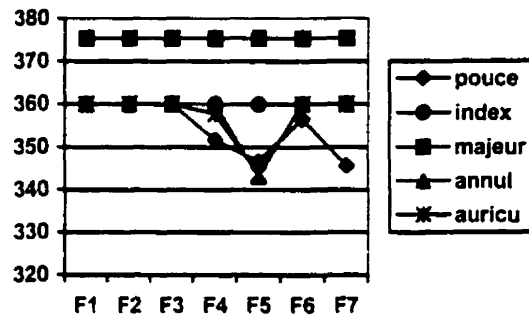


Figure 3.5 : Variable de design $x_s = \theta_s (^{\circ})$

Les figures 3.1 à 3.5 relatives aux variables indépendantes de design permettent de dégager les constatations ci-dessous énumérées.

- Tous critères de performance confondus, le mécanisme du pouce est celui qui a les dimensions et les angles optimaux les plus grands à l'exception de l'angle θ_4 de la membrure fixe qui prend sa plus grande valeur dans le mécanisme du majeur. En effet, bien que le pouce ne possède que deux phalanges P1 et P2, il est le doigt le plus long lorsqu'on lui rajoute le métacarpien M1 (figure 2.4).
- Les dimensions et les angles optimaux du mécanisme du majeur varient très peu en fonction des critères de performance exprimés par les fonctions objectif F_i . Ceci s'explique par l'existence d'un domaine de solutions beaucoup plus réduit que celui des autres doigts pour lesquels on note une variation importante des variables en fonction des critères de performance. En effet, en scrutant les résultats des tableaux

3.8 et 3.9 relatifs au majeur, nous constatons que, d'une part, la longueur de la membrure de jonction $r_2(x_2)$ est toujours égale à sa limite inférieure et, d'autre part, l'angle de transmission minimum est sensiblement égal à 20° , valeur correspondant à la limite inférieure de cet angle. Par ailleurs, les tableaux A5.17 à A5.32 de l'annexe V montrent que la contrainte d'inégalité g_{12} est toujours active. Cette contrainte est relative à la condition assurant l'obtention des membrures entrecroisées durant le mouvement du mécanisme du majeur.

- Les membrures motrices des mécanismes de l'index, du majeur et de l'annulaire ont une longueur identique $r_3(x_3)$. Bien que les angles de flexion de ces trois doigts soient différents, l'identité observée résulte du fait que les phalanges de ces doigts ont des dimensions presque semblables. Pour un doigt donné, cette longueur r_3 est presque constante lorsqu'on passe d'un critère à un autre. De surcroît, l'optimisation simultanée de tous les critères conduit sensiblement à cette même valeur.
- Les membrures fixes des mécanismes du pouce, de l'index, de l'annulaire et de l'auriculaire ont un angle optimal $\theta_4(x_5)$ égal à 360° , et ce pour la plupart des critères de performance utilisés. L'optimisation simultanée des critères vient confirmer et valider ce résultat.

- On note une variation importante de toutes les autres variables de design θ_A , r_2 et r_4 en fonction du doigt et du critère de performance considérés. En effet, le pouce, en l'occurrence, est le doigt dont les variables de design varient beaucoup d'un critère à l'autre. Cela met en exergue le caractère unique de chacun des cinq doigts dont les angles de flexion varient d'un doigt à un autre.
- Pour chacun des doigts optimisés sur la base de l'erreur mécanique due aux tolérances dimensionnelles et aux jeux dans les joints et traduite par la fonction objectif F_3 , les dimensions optimales obtenues sont très différentes, à quelques exceptions près, de celles fournies par d'autres critères. En comparant les résultats obtenus pour les fonctions objectif F_6 et F_7 , on observe que l'optimisation simultanée de tous les critères de performance vient pallier la grande disparité ci-dessus évoquée. En effet, l'influence de l'erreur mécanique utilisée dans la fonction F_7 sur les variables optimales de la fonction F_6 est minime. L'influence minime observée est mise en évidence dans les résultats numériques présentés dans les tableaux 3.4, 3.6, 3.8, 3.10 et 3.12.
- De tous les doigts de la prothèse, le pouce est celui dont les dimensions du mécanisme sont très sensibles aux tolérances dimensionnelles. Cette constatation résulte de la comparaison des fonctions objectif F_6 et F_7 .

Les résultats de l'optimisation des mécanismes basés sur la minimisation du couple-moteur maximal sont presque identiques à ceux obtenus par Vinet (1995) qui a utilisé ce seul critère de performance pour l'optimisation de tous les doigts de la prothèse. La comparaison de nos résultats avec ceux obtenus par d'autres auteurs (Guo et al., 1990, 1992, 1993) n'est pas adéquate dans la mesure où ces auteurs ont utilisé des mécanismes ayant plus de quatre membrures pour la modélisation des doigts.

La variable de design optimale $x_6=k$ des tableaux 3.4, 3.6, 3.8, 3.10 et 3.12 permet de calculer les tolérances dimensionnelles Δr_i et les jeux aux joints R_{ci} optimaux à l'aide de la relation suivante :

$$\Delta r_i = R_{ci} = k r_i \quad (3.32)$$

Les résultats compilés dans les figures ci-dessous permettent de comparer pour une fonction objectif donnée f_i ou une figure donnée, les valeurs que prend cette fonction lorsque tous les critères sont optimisés individuellement et simultanément.

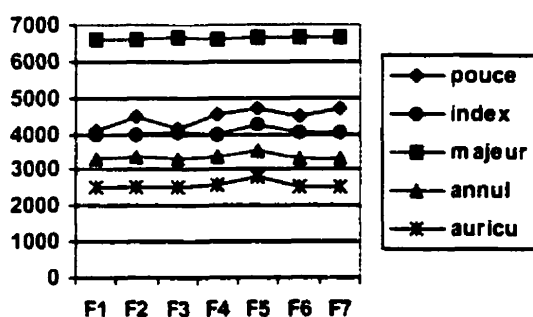


Figure 3.6 : Couple-moteur f_1 (Nmm)

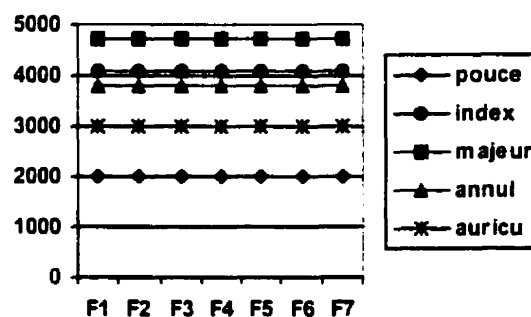
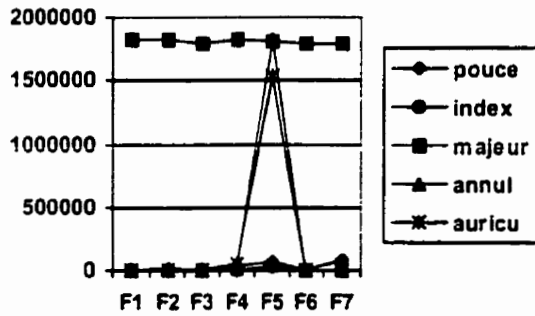
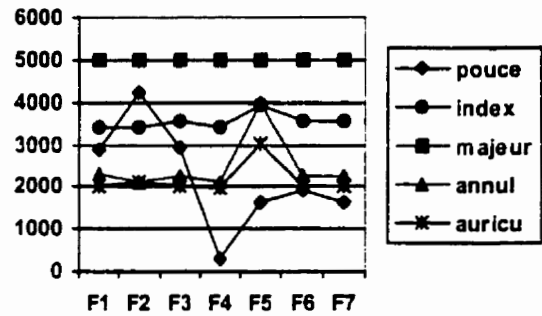
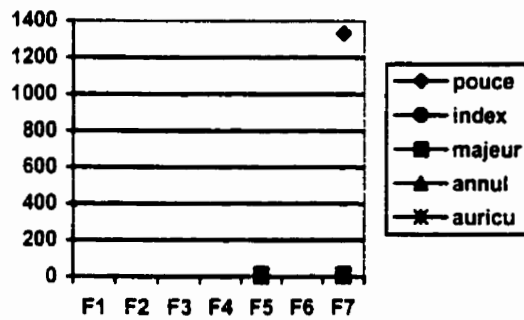


Figure 3.7 : Énergie consommée f_2 ($10^{-3}J$)

Figure 3.8 : Erreur quadratique f_3 ($^\circ$)²Figure 3.9 : Déviation de l'angle de
transmission f_4 ($^\circ$)²Figure 3.10 : Erreur mécanique f_5 ($^\circ$)²

- Tous critères de performance confondus, exception faite de l'erreur mécanique, le majeur est le doigt ayant les plus grandes valeurs des fonctions objectif minimales ou non minimales. Ce résultat peut s'expliquer par le fait que la valeur optimale que prend l'angle θ_4 de la membrure fixe est plus grande que celle des autres doigts.

- Par ailleurs, le majeur est aussi le doigt pour lequel la valeur minimale d'une fonction objectif f_i , relative à un critère de performance donné n'est pas très différente des valeurs prises par cette fonction lors de l'optimisation des autres critères de performance. Cela résulte de la similitude observée dans les variables de design obtenues pour chacun des critères.
- L'énergie consommée, tous doigts confondus, ne varie presque pas lors de l'optimisation de tous les autres critères de performance. Cela tient de la relation (3.6) qui exprime l'énergie consommée en fonction du couple-moteur. En effet, le couple-moteur f_1 traduit par la fonction F_1 ne varie pas beaucoup, pour un doigt donné, d'un critère à un autre. Cette quasi constante du couple-moteur entraîne par conséquent celle de l'énergie consommée.
- L'erreur mécanique f_3 est le critère de performance qui a une très grande influence sur les autres. En effet, lorsque la fonction F_3 correspondante est optimisée, toutes les autres fonctions objectif f_i , en l'occurrence l'erreur quadratique f_3 , prennent leurs plus grandes valeurs. L'optimisation simultanée de tous les critères de performance vient supprimer cette suprématie de l'erreur mécanique. En effet, toutes fonctions f_i et tous doigts confondus, excepté le pouce, la différence existant entre les fonctions objectif F_6 et F_7 est à peine perceptible. Seuls les tableaux 3.5, 3.7, 3.9, 3.11 et 3.13 permettent de mieux visualiser cette différence minime.

- Comme mentionné lors de l'analyse des variables de design, le pouce est le doigt dont les dimensions du mécanisme et les fonctions objectif sont sensibles à l'erreur mécanique. L'optimisation simultanée de tous les critères traduite par les fonctions F_6 et F_7 met en exergue cette influence.

D'après les tableaux 3.5, 3.7, 3.9, 3.11 et 3.13, le majeur est le doigt ayant le plus petit angle de transmission minimal ($\mu_{\min}=20^\circ$). Cette valeur a d'ailleurs servi de limite inférieure à cet angle pour l'optimisation de tous les doigts. En effet, à des valeurs plus grandes que 20° , l'optimisation du mécanisme du majeur n'a produit aucun résultat, tous critères de performances confondus.

L'angle de transmission minimum μ_{\min} est inversement proportionnel à l'angle θ_A correspondant à la variable x_1 . Les plus grandes valeurs de l'angle de transmission minimum sont obtenues avec le pouce dont les valeurs de l'angle θ_A sont les plus petites.

Les tableaux 3.5, 3.7, 3.9, 3.11 et 3.13 et les figures 3.6 à 3.10 montrent la valeur optimale de chacune des fonctions objectif et ses valeurs non optimales calculées lorsque les autres fonctions objectif sont optimisées. Nous constatons que ces valeurs non optimales sont toujours supérieures à la valeur optimale obtenue. Il apparaît donc que la stratégie consistant à calculer les valeurs de toutes les fonctions objectif lorsque l'une

d'elle est optimisée permet de valider les solutions optimales obtenues en tentant de cerner les solutions optimales globales à partir de trois points de départ différents.

L'analyse des résultats montrent que la minimisation de l'erreur mécanique due aux tolérances dimensionnelles et aux jeux dans les joints influence grandement les autres critères de performance dont les fonctions objectif prennent de très grandes valeurs. Il importe donc d'étudier l'impact de cette erreur mécanique sur chacun de ces critères de performance. La minimisation simultanée de l'erreur mécanique et de chacun des critères utilisés se fera dans le cadre du chapitre 4 réservé à l'étude du mécanisme à quatre membrures muni de son système d'entraînement.

3.6.6.2 Analyse des vitesses et accélérations angulaires et avantage mécanique des mécanismes optimaux

Pour les cinq mécanismes optimaux relatifs à l'optimisation simultanée de tous les critères (fonction objectif F_7), les figures 3.11 à 3.13 montrent la variation des vitesses angulaires des membrures en fonction de l'angle θ_j de la membrure motrice. La vitesse angulaire ω_j de la membrure motrice, servant à déterminer les vitesses angulaires des autres membrures, est supposée constante pendant le cycle de fermeture évalué à 1,5s. Elle est égale à 0,28 rd/s pour le pouce et à 0,81 rd/s pour les autres doigts entraînés simultanément. L'équation (2.21) permet de calculer les vitesses ω_1 et ω_2 .

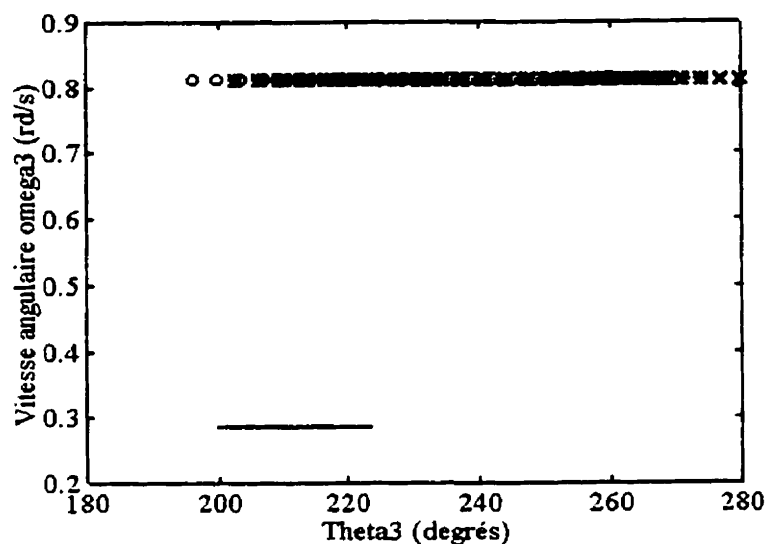


Figure 3.11 : Vitesse angulaire de la membrure motrice
(pouce __ ; index oo ; majeur ** ; annulaire ++ ; auriculaire xx)

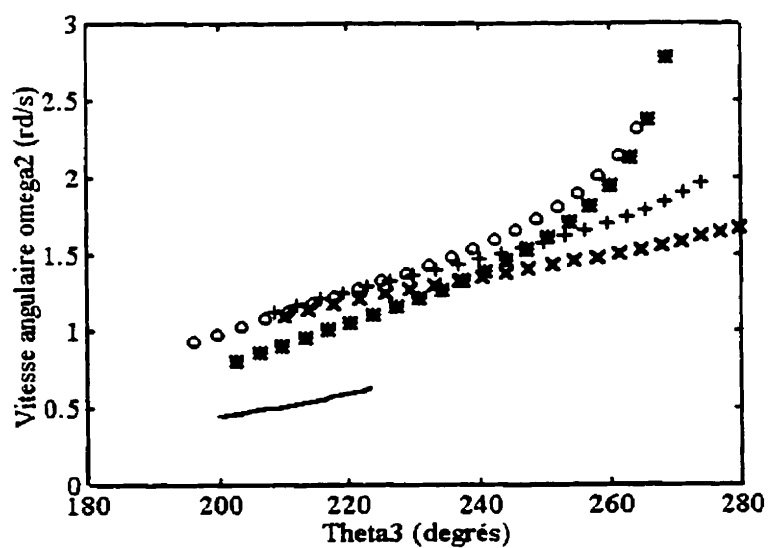


Figure 3.12 : Vitesse angulaire de la membrure d'accouplement
(pouce __ ; index oo ; majeur ** ; annulaire ++ ; auriculaire xx)

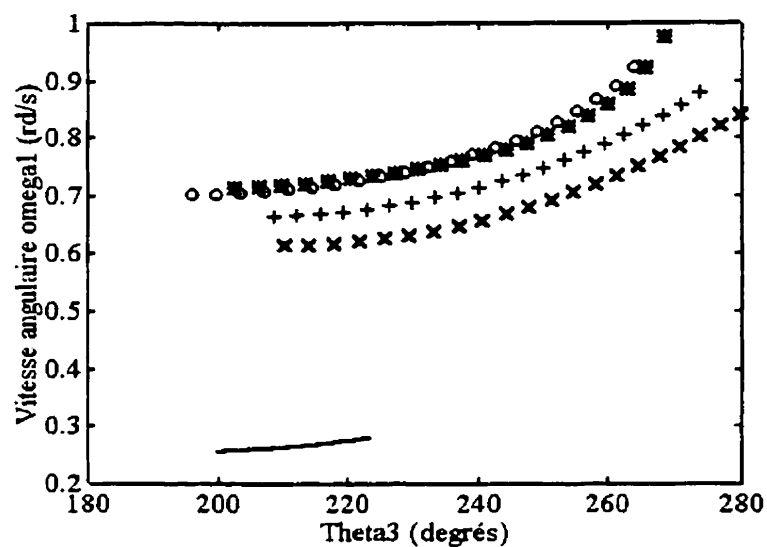


Figure 3.13 : Vitesse angulaire de la membrure entraînée
(pouce — ; index oo ; majeur ** ; annulaire ++ ; auriculaire xx)

Les courbes des accélérations angulaires des membrures relatives aux mécanismes de tous les doigts sont présentées aux figures 3.14 à 3.16 en fonction de l'angle θ_3 de la membrure motrice. L'accélération angulaire α_3 de la membrure motrice, nécessaire pour le calcul des accélérations des autres membrures, est nulle pour tous les cinq doigts compte tenu de la valeur constante de la vitesse angulaire ω_3 y afférente. L'équation (2.23) permet de calculer les accélérations angulaires α_1 et α_2 .

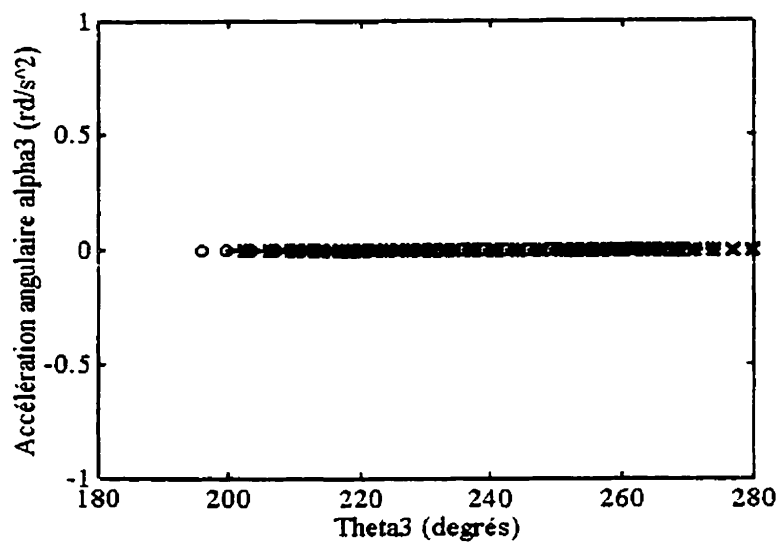


Figure 3.14 : Accélération angulaire de la membrure motrice
(pouce __ ; index oo ; majeur ** ; annulaire ++ ; auriculaire xx)

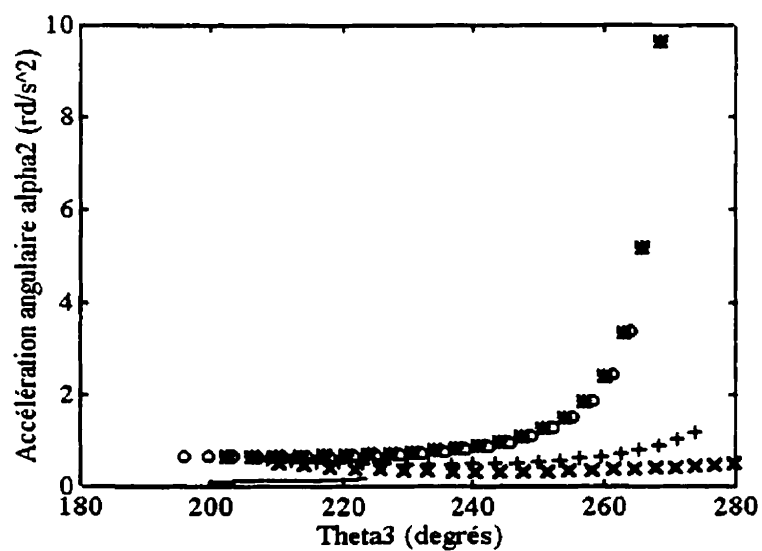


Figure 3.15 : Accélération angulaire de la membrure d'accouplement
(pouce __ ; index oo ; majeur ** ; annulaire ++ ; auriculaire xx)

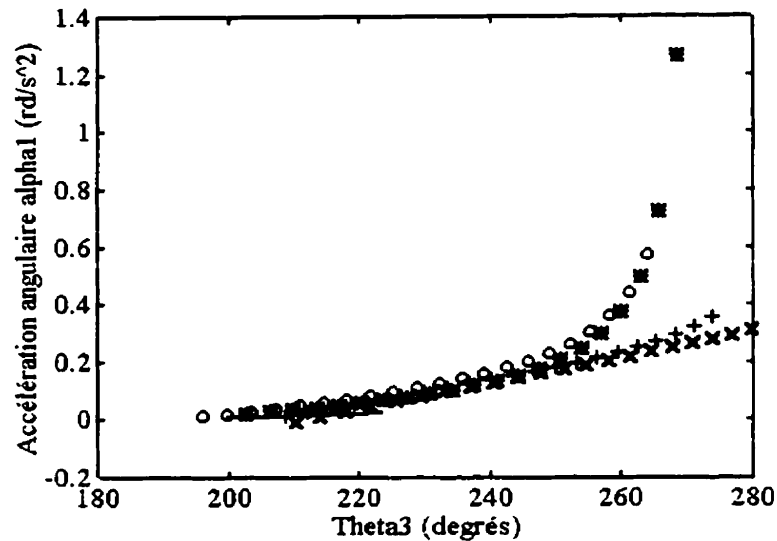


Figure 3.16 : Accélération angulaire de la membrure entraînée
(pouce — ; index oo ; majeur ** ; annulaire ++ ; auriculaire xx)

La figure 3.17 montre la variation de l'avantage mécanique du mécanisme de chacun des doigts en fonction de l'angle de la membrure motrice θ_3 . L'équation (2.24) permet de calculer cet avantage mécanique.

L'analyse de toutes les courbes obtenues conduit aux conclusions suivantes :

- L'avantage mécanique de chacun des cinq mécanismes est en général inférieur à l'unité pendant tout le cycle de fermeture en raison des grandes valeurs que prend la vitesse angulaire ω_2 de la membrure d'accouplement par rapport à celle de la

membrure motrice ω_3 . Le mécanisme du majeur est celui dont l'avantage mécanique maximal est sensiblement égal à l'unité.

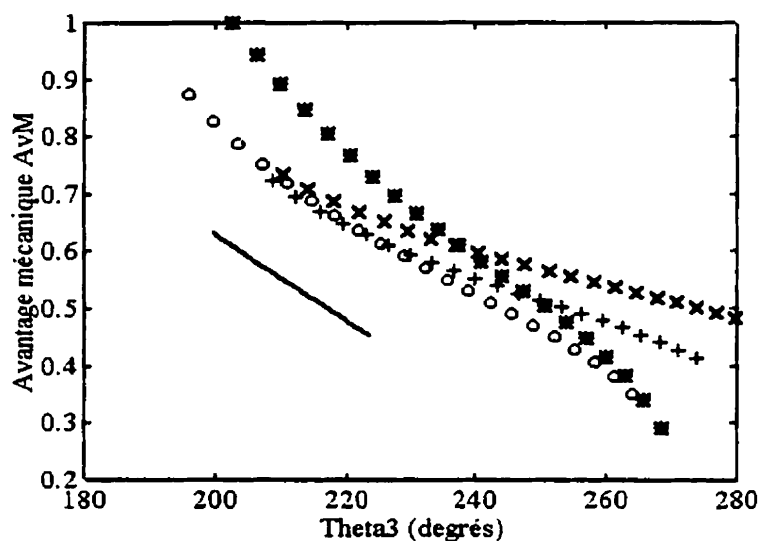


Figure 3.17 : Avantage mécanique du mécanisme sans système d'entraînement
(pouce __ ; index oo ; majeur ** ; annulaire ++ ; auriculaire xx)

- Le mécanisme du pouce est celui dont les membrures ont les plus petites valeurs des vitesses et des accélérations angulaires. En raison de la faible vitesse angulaire ω_3 de sa membrure motrice, ce mécanisme a le plus petit avantage mécanique maximal.

- Le majeur est le doigt (sauf le pouce) ayant les valeurs extrêmes de la vitesse angulaire ω_2 de la membrure d'accouplement. Par conséquent, il est le doigt ayant aussi les valeurs extrêmes de l'avantage mécanique.
- Les mécanismes de l'index et du majeur sont ceux dont les membrures ont des vitesses et accélérations angulaires élevées. Par ailleurs, ces paramètres croissent rapidement lorsque l'angle θ_3 de la membrure motrice dépasse environ 250° . Sachant que la qualité du mouvement d'un mécanisme dépend de l'angle de transmission minimum, le comportement observé se justifie par le fait que ces doigts ont les plus faibles valeurs de l'angle de transmission minimum : $30,56^\circ$ pour l'index et 20° pour le majeur. Ces valeurs minimales de l'angle de transmission sont acceptables à cause des faibles vitesses des membrures. En effet, en comparant les vitesses des points A et B appartenant respectivement aux membrures motrice et entraînée des mécanismes de tous les doigts, nous constatons que la vitesse maximale dans tous les cinq mécanismes optimaux est celle du point B appartenant à la fois à la membrure entraînée et à la membrure d'accouplement du majeur. Cette vitesse est de $0,043\text{m/s}$ (soit, $v_{\max} = r_1 \omega_{1\max}$ avec $r_1 = 43,55\text{mm}$ et $\omega_{1\max} = 0,98\text{rd/s}$) comparativement à une vitesse maximale de $0,3\text{m/s}$ mentionnée dans les travaux de Shieh et al. (1996) où l'effet des forces d'inertie a été aussi négligé.

CHAPITRE IV

DESIGN OPTIMAL DE CHAQUE DOIGT SÉPARÉ AVEC SON SYSTÈME D'ENTRAÎNEMENT

4.1 Définition des paramètres et variables de design

4.1.1 Paramètres

Les paramètres définis à la rubrique 3.1.1 sont encore valables ici. Le tableau 4.1 donne les coordonnées du centre de la poulie de renvoi relative au pouce et celles des centres des quatre poulies motrices utilisées dans les quatre autres doigts.

Tableau 4.1 : Coordonnées des centres des poulies motrices et de renvoi

	Pouce	Index	Majeur	Annulaire	Auriculaire
$x_c(\text{mm})$	-5,25	16	20	15	11
$y_c(\text{mm})$	29	1	5	3	-3

Le tableau 4.2 comprend des données qui interviennent dans le design de la membrure motrice.

Tableau 4.2 : Paramètres nécessaires au design de la membrure motrice

	Pouce	Index	Majeur	Annulaire	Auriculaire
WR3	6	5	5	5	4
FS = 2,5 ; $R_{\min}=0.985$; $R_{\max}=1$;					
$S_y(\text{MPa})$	$\bar{S}_y = 1345$ $\sigma_{S_y} = \frac{0.05\bar{S}_y}{3} = 22,417$ (Haugen, 1980)				

Les paramètres présentés au tableau 4.2 se définissent comme suit :

WR3 : largeur de la membrure motrice ;

FS : facteur de sécurité ;

R_{\min} , R_{\max} : valeurs limites de la fiabilité R ;

\bar{S}_y : valeur moyenne de la limite d'écoulement du matériau qui est de l'acier inoxydable forgé et trempé dont le numéro UNS est S 42000 ;

σ_{S_y} : écart-type de la limite d'écoulement du matériau.

Pour assurer le fonctionnement de la prothèse et par conséquent celui des mécanismes à quatre membrures, des câbles en fibres de polyéthylène à haute performance ont été utilisés dans les systèmes d'entraînement (Vinet, 1995). Leur résistance à la rupture est de 290 lb, soit 1290 N. En adoptant un facteur de sécurité de 3,48 pour le design du

câble, la valeur maximale de la force de tirage F_{Tmax} est égale à 372 N pour tous les doigts et le pouce.

Par ailleurs, la distance y_s (figure A4.6) entre l'articulation métacarpophalangienne et la face palmaire est égale à 14 mm pour l'auriculaire et à 16 mm pour les autres doigts et le pouce.

4.1.2 Variables de design

Conformément aux figures 2.3, 2.4 et 2.5, le vecteur x des variables indépendantes de design est :

$$x = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9]^T = [\theta_A, r_2, r_3, r_4, \theta_4, t_m, x_T, y_T, d]^T \quad (4.1)$$

où $x_i = \theta_A = \theta_{2i} - (TP2_i + TP1_i + THMP)$;

t_m : épaisseur de la membrure motrice ;

x_T, y_T : coordonnées du point de tirage sur la membrure motrice ;

d : diamètre des poulies motrices et de la poulie de renvoi ;

$TP1_i$ et $TP2_i$ et $THMP$: angles fournis au tableau 3.2.

Le tableau 4.3 donne les limites supérieure et inférieure des variables de design introduites par le système d'entraînement. Celles relatives au mécanisme sans son système d'entraînement sont fournies à la section 3.5 du chapitre III.

Tableau 4.3 : Valeurs limites des variables liées au système d'entraînement

	Pouce	Index	Majeur	Annulaire	Auriculaire
t_{\min}	0,794	0,794	0,794	0,794	0,794
t_{\max}	1,588	1,588	1,588	1,588	1,588
$x_{T\min}$	15	10	10	10	10
$x_{T\max}$	40	20	20	20	20
$y_{T\min}$	-5	-5	-5	-5	-5
$y_{T\max}$	5	5	5	5	5
d_{\min}	10	10	10	10	10
d_{\max}	17	17	17	17	17

Dans le cas général où les tolérances dimensionnelles Δr_j sur les longueurs des membrures et les jeux aux joints R_{Cj} sont pris en compte et sachant que

$\Delta r_j = R_{Cj} = \Delta_j = 3\sigma_j$ avec $\sigma_j = kr_j$, le vecteur des variables de design devient :

$$x = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}]^T = [\theta_A, r_2, r_3, r_4, \theta_4, t_m, x_T, y_T, d, k]^T. \quad (4.2)$$

4.2 Formulation des fonctions objectif relatives à chacun des critères de performance

Les cinq critères à minimiser sont : le couple-moteur maximal sur l'arbre moteur, l'énergie consommée, l'erreur quadratique moyenne sur l'angle de flexion TP2 de la deuxième phalange d'un doigt, la déviation de l'angle de transmission de sa valeur idéale et l'erreur mécanique sur l'angle de flexion de la deuxième phalange.

Seuls le couple-moteur et l'énergie consommée sont différents de ceux calculés dans le chapitre précédent où le système d'entraînement n'est pas considéré. Ces deux critères, présentés ci-dessous, sont développés en annexe III.

4.2.1 Fonction objectif relative au couple-moteur maximal : $f_1(X)$

D'après la figure 2.5, on peut écrire que le couple moteur M_{pi} appliqué à l'arbre est $M_{pi} = F_{Ti}d/2 = x_9 F_{Ti}/2$ (4.3)

où F_{Ti} est la tension dans le câble. Cette tension est évaluée à l'aide de l'équation (A3.2)

ci-après : $F_{Ti} = \frac{M_{Mi}}{(x_T \sin \beta_i + y_T \cos \beta_i)} = \frac{M_{Mi}}{(x_7 \sin \beta_i + x_8 \cos \beta_i)}$. Le couple-moteur M_{Mi}

appliqué au point M de la membrure motrice est développé à la section 3.2 du chapitre III et à la section A2.1 de l'annexe II. L'angle β_i est donné par la relation (A3.4) de

l'annexe III. L'expression mathématique du couple-moteur maximal à l'arbre moteur est : $f_1(X) = \max(dF_T/2) = \max(x_9 F_T/2)$ (4.4)

4.2.2 Fonction objectif relative à l'énergie consommée à travers le cycle de fermeture du mécanisme : $f_2(X)$

La figure 2.5 permet aussi d'écrire que l'expression mathématique de l'énergie consommée à travers le cycle allant de l'ouverture de la main à sa fermeture est :

$$f_2(X) = \int_{\rho_1}^{\rho_2} |M_p| d\rho \quad (4.5)$$

Le couple à l'arbre moteur M_p et l'angle de rotation de l'arbre ρ_i sont développés à la section A.3.1 de l'annexe III.

4.2.3 Fonctions objectif utilisées pour le mécanisme avec ou sans système d'entraînement

L'erreur structurale sur l'angle de flexion $f_3(X) = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^7 (\theta_{2ic} - \theta_{2id})^2$, la déviation de

l'angle de transmission de sa valeur idéale $f_4(X) = \Delta\mu = (\mu_{\max} - 90^\circ)^2 + (\mu_{\min} - 90^\circ)^2$ et

l'erreur mécanique sur l'angle de flexion TP2 $f_5(X) = \Delta TP2_{mec} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^7 (\Delta \theta_{2i})^2$ sont

développées à la section 3.2 du chapitre III et en annexe II.

4.3 Choix de la méthode d'optimisation simultanée de tous les critères

Nous optons pour la méthode d'atteinte des objectifs fixés utilisée par le logiciel Matlab et décrite à la section 2.3 du chapitre 2. Cette méthode, beaucoup plus aisée que celle consistant en la somme pondérée de tous les critères, utilisera comme objectifs à atteindre les valeurs optimales de chacun des critères respectifs.

Pour garantir un même pourcentage d'atteinte pour tous les objectifs actifs, le vecteur des coefficients de pondération w sera choisi comme suit : $w = \text{abs}(\text{goal})$ où $\text{abs}(\text{goal})$ est la valeur absolue du vecteur des objectifs à atteindre "goal".

4.4 Formulation des contraintes d'égalité et d'inégalité

Ces contraintes sont, comme les fonctions objectif, exprimées en fonction des variables indépendantes de design. Elles sont développées pour la plupart en annexe IV.

4.4.1 Contraintes d'égalité

Ces contraintes sont du type $h_j(X) = 0$ et sont relatives d'une part à la synthèse du mécanisme par référence à sept positions des membrures d'accouplement et de sortie et d'autre part à la valeur assignée au facteur de sécurité lors du design de la membrure motrice.

4.4.1.1 Contraintes dues à l'équation vectorielle du mécanisme

Les sept positions connues du mécanisme, grâce à la méthode des moindres carrés, permettent d'obtenir 3 équations, donc 3 contraintes d'égalité : $h_1(X)$, $h_2(X)$ et $h_3(X)$ définies au chapitre III et à la section A4.1 de l'annexe IV.

4.4.1.2 Contrainte due au facteur de sécurité lié au design de la membrure motrice

Le contrainte maximale induite dans la membrure motrice doit être inférieure à la résistance pratique du matériau utilisé. Pour ce faire, il importe d'attribuer une valeur fixe au facteur de sécurité de manière à rendre consistante la formulation du problème d'optimisation, notamment en ce qui concerne les quatre variables additionnelles introduites par le système d'entraînement. D'après les valeurs des facteurs de sécurité utilisés en pratique et publiés par Drouin et al. (1986), nous fixons le facteur de sécurité FS à 2,5. La contrainte d'égalité qui en résulte est : $h_4(X) = FS - 2,5 = 0$. (4.6)

Si les tolérances ne sont pas considérées, le facteur de sécurité, résultant du critère de

Tresca, est : $FS = \frac{S_y}{2\tau_{\max}}$. Si ces tolérances sont prises en compte, le facteur de sécurité

est donné par la relation (A4.19) de l'annexe IV. À partir du DCL de la figure A4.1, les

contraintes principales sont : $\sigma_1 = \sigma_x$, et $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$; la contrainte de cisaillement maximal

est $\tau_{\max} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} = \frac{|\sigma_1|}{2}$. La contrainte principale σ_x , pouvant être en traction ou en

compression, est donnée par l'équation (A4.14) de l'annexe IV.

4.4.2 Contraintes d'inégalité

Ces contraintes sont du type $g_i(X) \leq 0$. Les 14 contraintes d'inégalité définies au chapitre III, consacré au mécanisme sans son système d'entraînement, sont encore valables dans ce cas où le système d'entraînement est pris en compte. Huit contraintes additionnelles permettent de définir complètement le problème d'optimisation en tenant compte du système d'entraînement.

4.4.2.1 Contrainte due à la tension limite dans le câble

La tension effective dans le câble F_T doit être inférieure à la tension limite $F_{T\max}$, d'où la contrainte :

$$g_{15}(X) = F_T - F_{T\max} \quad (4.7)$$

où $F_T = \frac{M_{M \max}}{(x_7 \sin \beta + x_8 \cos \beta)}$ et $F_{T \max}$ défini comme paramètre à l'article 4.1.1. Le couple-moteur $M_{M \max}$ au point M est défini à la section 3.2 du chapitre III tandis que l'angle β est calculé par la relation (A3.4) de l'annexe III.

4.4.2.2 Contrainte limitant la rotation de l'arbre moteur

À l'aide de la figure 2.5, on peut définir l'angle de rotation total de l'arbre moteur ROT en fonction de l'angle ρ , de la position d'ouverture à la position de fermeture. ROT doit être inférieur à 2π ; d'où la contrainte :

$$g_{16}(X) = ROT - 2\pi \quad (4.8)$$

où l'angle de rotation ROT par la relation (A4.58) de l'annexe IV.

4.4.2.3 Contraintes limitant le point de tirage à l'intérieur de son domaine

Deux limites LIMT1 et LIMT2 (figure 4.1) empêchent le point de tirage T de dépasser la première phalange. D'après les calculs présentés à la section A4.3 et à l'aide de la figure A4.5 de l'annexe IV, les contraintes relatives à ces limites sont définies à l'aide des relations (A4.60) et (A4.62) ci-après :

à l'ouverture, on a :

$$\begin{aligned} g_{17}(X) &= x_8 + WR3/2 + x_7 \tan(\theta_{31}' - TP1) - \\ &[(r_{4 \max} + WR3/2) + x_4 \sin(\theta_4' + TP1)] * \cos(\theta_{31}' - TP1) \leq 0 ; \end{aligned} \quad (4.9)$$

à la fermeture, on a :

$$g_{18}(X) = -x_8 + WR3/2 - x_7 \tan(\theta_{37}' - TP1_7) -$$

$$[(r_{4\max} + WR3/2) - x_4 \sin(\theta_4' + TP1_7)] * \cos(\theta_{37}' - TP1_7) \leq 0 ; \quad (4.10)$$

où $\theta_4' = 2\pi - \theta_4 = 2\pi - x_5$ et $\theta_{3i}' = \theta_{3i} - \pi$ avec θ_{3i} donné par les relations (A1.21), (A2.19) et (A2.20).

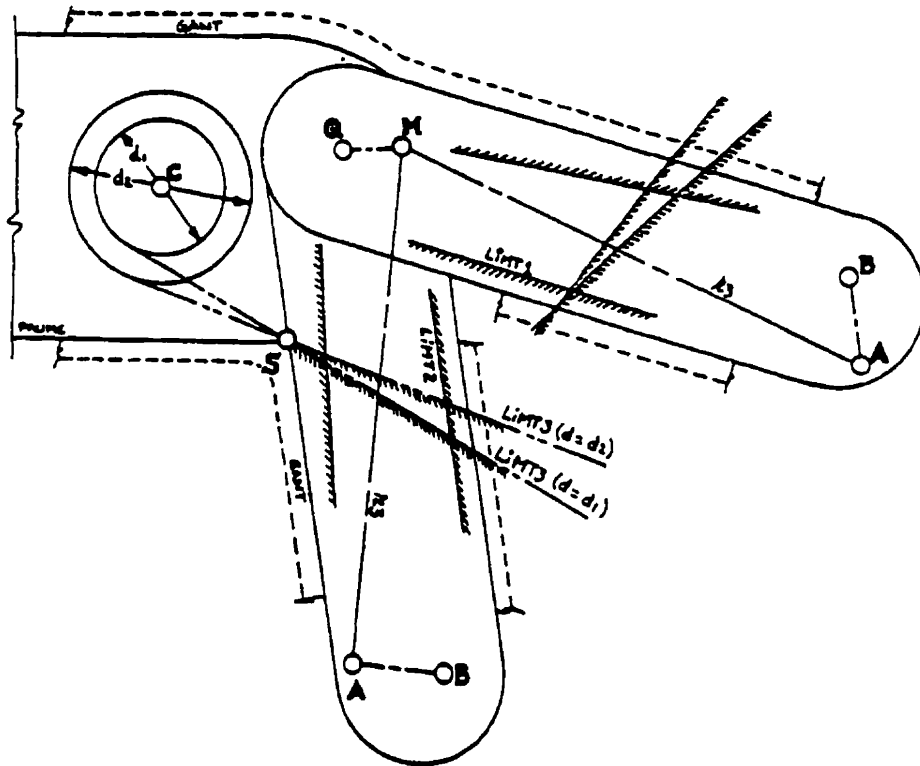


Figure 4.1 : Limites du domaine du point de tirage T

4.4.2.4 Contrainte limitant le câble entre la paume et le doigt

La limite LIMT3 (figure 4.1) variant selon le diamètre effectif de la poulie évite que le câble ne dépasse l'intersection entre la paume et le doigt. Cela se traduit par la relation (A4.64) développée à l'aide de la figure A4.6 :

$$g_{19}(X) = MS - MS_{\max} \leq 0 \quad (4.11)$$

où MS et MS_{max}, respectivement le bras de levier effectif et le bras de levier maximal, sont donnés par les relations (A4.65) et (A4.66).

4.4.2.5 Contrainte relative à la défaillance de la membrure motrice

La considération des tolérances dimensionnelles et des jeux aux joints font intervenir deux contraintes relatives à la fiabilité R :

$$g_{20}(X) = R_{\min} - R \leq 0 \quad (4.12)$$

$$g_{21}(X) = R - R_{\max} \leq 0 \quad (4.13)$$

Les valeurs R_{\min} et R_{\max} sont données au tableau 4.2 tandis que la fiabilité R est calculée à l'aide de la relation (A4.69) de l'annexe IV.

4.5 Limites supérieures et inférieures des variables de design

4.5.1 Limites dues aux tolérances sur les membrures et aux jeux dans les joints

Une seule variable de design $x_{10}=k$ est reliée à ces tolérances et jeux dans les joints. Nous fixons les limites sur cette variable comme suit : $k_{\min}=0,001$ et $k_{\max}=0,01$. Par conséquent, on a :

$$k_{\min} \leq x_{10} \leq k_{\max}. \quad (4.14)$$

4.5.2 Limites sur les longueurs des membrures

Les valeurs limites ne concernent que les membrures fixe et de jonction. Ainsi, on a :

$$r_{2\min} \leq x_2 \leq r_{2\max} ; r_{4\min} \leq x_4 \leq r_{4\max}. \quad (4.15)$$

4.5.3 Limites sur les angles

L'angle θ_4 de la membrure fixe doit être compris entre 315° et 360° (380° pour le majeur). Par conséquent, on a :

$$315^\circ \leq x_5 \leq 360^\circ. \quad (4.16)$$

L'angle θ_{21} doit être compris entre 20° et 115° . Sachant que θ_A est liée à θ_{21} par la relation : $\theta_A = \theta_{21} - (TP1_1 + TP2_1 + THMP)$, cet angle est donc soumis aux limites suivantes :

$$20 - (TP1_1 + TP2_1 + THMP) \leq \theta_A \leq 115 - (TP1_1 + TP2_1 + THMP). \quad (4.17)$$

4.5.4 Limites sur les variables relatives au système d'entraînement

L'épaisseur de la membrure motrice est limitée à deux valeurs extrêmes, d'où l'expression suivante :

$$t_{\min} \leq x_6 \leq t_{\max}. \quad (4.18)$$

Les coordonnées x_T et y_T du point de tirage doivent demeurer dans leurs domaines respectifs. Ces limites s'énoncent comme suit :

$$x_{T\min} \leq x_7 \leq x_{T\max} ; y_{T\min} \leq x_8 \leq y_{T\max}. \quad (4.18)$$

Le diamètre effectif d des poulies motrices doit être compris entre d_{\min} et d_{\max} , d'où :

$$d_{\min} \leq x_9 \leq d_{\max}. \quad (4.19)$$

4.6 Formulation du problème d'optimisation relatif aux critères de performance

Il s'agit ici de minimiser chacune des fonctions objectif f_i relatives à chacun des cinq critères de performance ou de minimiser une combinaison de ces fonctions qui sont :

- le couple-moteur maximal, $f_1(X) = M_{Mmax}$ (Nmm) ;
- l'énergie consommée, $f_2(X) = E_M$ (Nmm) ;
- l'erreur quadratique moyenne sur l'angle de flexion TP2, $f_3(X) = \Delta TP2$ ($^\circ$)² ;
- la déviation de l'angle de transmission de la valeur idéale, $f_4(X) = \Delta\mu$ ($^\circ$)² ;
- l'erreur mécanique sur l'angle de flexion TP2, $f_5(X) = \Delta TP2_{mec}$ ($^\circ$)².

Le problème d'optimisation consiste d'une part en la solution de cinq problèmes d'optimisation différents quand les tolérances dimensionnelles et les jeux aux joints ne sont pas considérés et, d'autre part, en la solution de six problèmes d'optimisation lorsque la nature stochastique des variables de design est prise en compte.

Le tableau 4.4 met en exergue la relation entre les différents problèmes d'optimisation et les fonctions objectif f_i relatives aux cinq critères de performance ci-dessus définis. Ces différents problèmes correspondent à des fonctions objectif F_i utilisées dans le programme d'optimisation que nous avons écrit et compilé à l'aide du module d'optimisation du logiciel Matlab, version 4.2c.

Les fonctions objectif F_i à minimiser sont en réalité des vecteurs contenant une ou plusieurs fonctions objectif f_i .

Tableau 4.4 : Relations entre les fonctions objectif f_i et F_i

Problèmes d'optimisation	sans tolérances	avec tolérances
F_1	f_1	$[f_1, f_5]$
F_2	f_2	$[f_2, f_5]$
F_3	f_3	$[f_3, f_5]$
F_4	f_4	$[f_4, f_5]$
F_5		f_5
F_6	$[f_1, f_2, f_3, f_4]$	$[f_1, f_2, f_3, f_4, f_5]$

Chacune des fonctions objectif $F_i(X)$ décrites au tableau 4.4 est sujette à des contraintes d'égalité et d'inégalité. Le problème d'optimisation se formule donc comme suit :

Min $F_i(X)$

sujette aux contraintes d'égalité et d'inégalité qui, selon la syntaxe du logiciel MATLAB, sont contenues dans un vecteur "G" comme suit :

$k_1=0$;

$G(1)...G(4) : h_i(X) = 0 \quad i = 1..4 ; k_1=k_1+1$;

$G(4+k_1)...G(16+k_1) : g_j(x) \leq 0 \quad j = 1...13$;

si le doigt considéré est le pouce, alors $G(17+k_1) : g_{14}(x) \leq 0 ; k_1=k_1+1$;

si le système d'entraînement est considéré, alors

$$G(17+k_1)...G(21+k_1) : g_j(x) \leq 0 \quad j=15...19 ;$$

si les tolérances dimensionnelles sont considérées, alors :

$$G(22+k_1), G(23+k_1) : g_j(x) \leq 0 ; \quad j=20,21 ;$$

4.7 Présentation et discussion des résultats issus de l'optimisation des mécanismes des doigts et du pouce

Il importe de calculer, pour chacun des six problèmes d'optimisation, les valeurs de tous les critères utilisés dans cette étude afin de mieux cerner leur comportement lorsqu'on passe d'un problème à un autre.

La valeur attribuée au paramètre "tol", pour chacun des six problèmes à résoudre, permet de ne pas tenir compte des tolérances dimensionnelles (tol=0) ou d'en tenir compte (tol=1). Par conséquent, cela revient à résoudre 11 problèmes par doigt et finalement 55 problèmes d'optimisation pour les cinq doigts de la main, comparativement à 35 problèmes pour le mécanisme sans système d'entraînement optimisé au chapitre 3.

Le pouce et l'index ont été les doigts les plus difficiles à optimiser soit à cause de leur lente convergence vers la solution optimale, soit à cause de l'obtention difficile d'un point de départ adéquat permettant de converger vers la solution optimale. Afin de

valider les résultats obtenus pour tous les doigts, un minimum de trois points de départ ont été utilisés.

Pour l'optimisation simultanée de deux critères et plus, le vecteur de coefficients de pondération w est tel que $w = \text{abs}(\text{goal})$ où $\text{abs}(\text{goal})$ désigne la valeur absolue du vecteur des objectifs fixés à atteindre "goal" comme stipulé à la section 2.3 du chapitre 2 et à la section 4.3. Ce choix a pour effet de garantir un même pourcentage d'atteinte des objectifs pour toutes les contraintes actives ou fonctions objectif actives.

Les valeurs de critères de convergence sur les variables de design x , les fonctions objectifs f et les contraintes g sont celles définies à la section 3.7 du chapitre 3. Ces critères sont respectivement égaux à 10^{-7} , 10^{-9} et 10^{-7} . Un changement de variable sur x_{10} (k) a été effectué comme suit : $x_{10} = 10^3 k$ où $0,001 \leq k \leq 0,01$.

4.7.1 Optimisation du mécanisme du pouce

Les dimensions optimales du mécanisme du pouce sont présentées au tableau 4.5 aussi bien en l'absence des tolérances dimensionnelles ($\text{tol}=0$) qu'en leur présence ($\text{tol}=1$). Le tableau 4.6 montre les valeurs de toutes les fonctions objectif pour les deux valeurs du paramètre "tol". Les valeurs apparaissant en caractères gras sont relatives aux fonctions objectif minimales.

Compte tenu de l'ordre de grandeur des variables indépendantes de design, nous avons effectué un changement de variable sur la longueur de la membrure motrice $x_3=r_3$ en posant $x_3=10^{-1}x_3$.

Par ailleurs, en nous inspirant des résultats obtenus au chapitre précédent, nous avons eu recours à la fonction de minimisation avec contraintes "constr" de Matlab pour optimiser toutes les fonctions objectif utilisées.

Tableau 4.5 : Variables de design optimales du pouce

X	Tol	Fonctions objectifs F_i					
		F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6
$x_1=\theta_A$ (°)	0	65,035	65,035	24,642	61,219		63,385
	1	50,000	50,000	56,992	67,546	87,314	82,063
$x_2=r_2$ (mm)	0	7,549	7,549	9,150	6,165		5,996
	1	6,844	6,844	7,084	7,276	8,394	6,072
$x_3=r_3$ (mm)	0	73,569	73,569	77,790	75,423		75,505
	1	75,593	75,593	74,724	73,730	71,660	74,994
$x_4=r_4$ (mm)	0	11,815	11,815	12,625	9,843		9,512
	1	10,987	10,987	11,316	11,298	11,280	8,421
$x_5=\theta_4$ (°)	0	352,466	352,466	360,000	351,668		350,937
	1	354,659	354,659	353,602	351,534	346,557	344,835
$x_6=t_m$ (mm)	0	1,062	1,062	1,278	1,141		1,136
	1	1,115	1,115	1,118	1,140	1,082	1,320
$X_7=x_T$ (mm)	0	17,071	17,071	15,753	15,000		15,788
	1	15,000	15,000	15,061	15,027	18,292	15,001
$X_8=y_T$ (mm)	0	5,000	5,000	-4,987	-0,002		2,680
	1	5,000	5,000	4,995	5,000	-0,279	-4,982
$X_9=d$ (mm)	0	10,000	10,000	10,000	14,000		12,633
	1	15,287	15,287	17,000	17,000	14,594	17,000
$X_{10}=k$	1	0,001	0,001	0,006	0,001	0,001	0,004

Le tableau 4.6 montre aussi les valeurs de l'angle de transmission minimum μ_{\min} et de la fiabilité R relative au design de la membrure motrice r_3 . La fiabilité R et la fonction objectif f_5 relative à l'erreur mécanique ne s'appliquent que dans le cas où le paramètre "tol" prend la valeur 1.

Tableau 4.6 : Valeurs optimales des fonctions objectif f_i relatives au pouce

F_i	tol	$f_1(\text{Nmm})$ $M_{M\max}$	$f_2(\text{Nmm})$ E_M	$f_3(^{\circ})^2$ ΔTP2 10^{-6}	$f_4(^{\circ})^2$ $\Delta\mu$	$f_5(^{\circ})^2$ $\Delta\text{TP2}_{\text{mec}}$	$\mu_{\min}(^{\circ})$	Fiabilité R
F_1	0	1255,734	568,372	3133,429	296,541		74,631	
	1	2172,220	979,975	1656,955	519,299	21,610	89,681	1,000
F_2	0	1255,734	568,372	3133,429	296,541		74,631	
	1	2172,220	979,975	1656,955	519,299	21,610	89,681	1,000
F_3	0	1728,565	734,913	0,053236	2941,225		115,069	
	1	2445,321	1089,723	2310,579	303,256	561,483	82,681	1,000
F_4	0	2215,831	954,935	3150,542	267,655		78,447	
	1	2498,616	1092,342	3597,025	347,511	16,219	72,116	1,000
F_5	1	1953,354	823,867	7053,634	1629,463	12,492	52,322	1,000
F_6	0	1821,111	797,869	3515,446	277,052		76,278	
	1	2943,750	1170,907	6982,669	1136,671	347,513	57,574	1,000

4.7.2 Optimisation du mécanisme de l'index

Les variables indépendantes de design optimales du mécanisme de l'index sont montrées au tableau 4.7. Le tableau 4.8 présente non seulement les fonctions objectif f_i minimales

en caractères gras, mais aussi les valeurs de toutes les autres fonctions objectif utilisées dans cette étude.

Le paramètre "tol" permet d'ignorer les tolérances dimensionnelles et les jeux aux joints (tol=0) ou d'en tenir compte (tol=1).

Tableau 4.7 : Variables de design optimales de l'index

X	Tol	Fonctions objectifs F_i					
		F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6
$x_1=\theta_A$ (°)	0	75,058	73,419	64,890	63,768		74,931
	1	66,187	74,693	72,520	66,306	67,720	74,931
$x_2=r_2$ (mm)	0	6,038	5,237	5,184	5,000		5,139
	1	5,333	6,019	5,193	5,423	5,666	5,139
$x_3=r_3$ (mm)	0	37,536	38,471	38,407	38,618		38,638
	1	38,235	37,546	38,498	38,129	37,845	38,638
$x_4=r_4$ (mm)	0	6,081	5,261	5,894	5,734		5,004
	1	5,992	6,097	5,290	6,100	6,303	5,004
$x_5=\theta_4$ (°)	0	355,805	353,908	359,989	360,000		352,042
	1	359,745	356,061	354,530	360,000	360,000	352,042
$x_6=t_m$ (mm)	0	0,851	0,822	0,865	1,036		0,971
	1	0,906	0,863	0,809	0,863	0,948	0,971
$X_7=x_T$ (mm)	0	16,022	18,200	15,644	16,797		14,490
	1	14,286	15,647	18,521	15,382	12,531	14,490
$X_8=y_T$ (mm)	0	5,000	4,426	2,204	-2,232		3,100
	1	4,998	5,000	1,256	3,100	4,966	3,100
$X_9=d$ (mm)	0	10,000	10,010	16,995	17,000		17,000
	1	10,039	10,000	16,991	14,400	11,746	17,000
$X_{10}=k$	1	0,001	0,001	0,002	0,001	0,001	0,002

Les valeurs de l'angle de transmission minimum μ_{\min} montrées au tableau 4.8 sont celles obtenues pour les mécanismes optimaux correspondant aux deux valeurs du paramètre "tol". Par ailleurs, l'erreur mécanique f_5 et la fiabilité R relative au design de la membrure motrice sont calculées uniquement lorsque les variables de design ont une nature stochastique.

Tableau 4.8 : Valeurs optimales des fonctions objectif f_i relatives à l'index

F_i	tol	$f_1(\text{Nmm})$ $M_{M\max}$	$f_2(\text{Nmm})$ E_M	$f_3(^{\circ})^2$ $\Delta TP2$ 10^{-6}	$f_4(^{\circ})^2$ $\Delta\mu$	$f_5(^{\circ})^2$ $\Delta TP2_{\text{mec}}$	$\mu_{\min}(^{\circ})$	Fiabilité R
F_1	0	1738,243	1610,349	97067,54	4948,007		20,022	
	1	1829,835	1738,572	792,2985	3691,211	9,848769	29,262	1,000
F_2	0	1837,584	1598,644	106669,3	4702,065		21,648	
	1	1748,786	1628,803	87742,19	4888,916	8,891662	20,410	1,000
F_3	0	3160,991	2924,573	0,035435	3537,933		30,581	
	1	3160,261	2733,809	85000,70	4564,281	46,16575	22,599	1,000
F_4	0	4385,999	3437,468	314,5164	3409,695		31,732	
	1	2659,819	2477,000	487,9269	3704,540	9,475126	29,149	1,000
F_5	1	2100,139	2115,696	2087,797	3880,364	8,720752	27,707	1,000
F_6	0	3144,907	2924,196	166391,9	4946,266		20,013	
	1	3144,907	2924,196	166391,9	4946,266	54,33407	20,013	1,000

4.7.3 Optimisation du mécanisme du majeur

Les variables de design optimales relatives au mécanisme du majeur sont présentées au tableau 4.9 tandis que les valeurs de toutes les fonctions objectif f_i sont, quant à elles,

fournies au tableau 4.10. Les valeurs minimales de ces fonctions objectif y apparaissent en caractères gras.

Par ailleurs, les tolérances dimensionnelles et les jeux aux joints sont ignorés pour "tol=0" et sont considérés pour "tol=1".

Tableau 4.9 : Variables de design optimales du majeur

x	tol	Fonctions objectifs F_i					
		F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6
$x_1=\theta_A$	0	82,295	82,295	82,293	82,241		82,287
(°)	1	82,295	82,295	82,294	82,276	82,295	82,294
$x_2=r_2$	0	5,010	5,010	5,000	5,000		5,000
(mm)	1	5,010	5,010	5,004	5,006	5,010	5,004
$x_3=r_3$	0	37,120	37,120	37,135	37,133		37,135
(mm)	1	37,120	37,120	37,135	37,124	37,120	37,128
$x_4=r_4$	0	5,920	5,920	5,906	5,912		5,907
(mm)	1	5,920	5,920	5,912	5,917	5,920	5,912
$x_5=\theta_4$	0	375,368	375,368	375,335	375,368		375,339
(°)	1	375,368	375,368	375,349	375,368	375,368	375,349
$x_6=t_m$	0	0,810	0,810	0,880	0,858		0,813
(mm)	1	0,810	0,810	0,876	0,877	0,846	0,812
$X_7=x_T$	0	17,903	17,903	15,953	15,900		17,857
(mm)	1	17,903	17,903	16,050	16,016	17,602	17,875
$X_8=y_T$	0	5,000	5,000	0,710	0,858		5,000
(mm)	1	4,999	4,999	0,916	0,861	-1,719	4,963
$X_9=d$	0	10,000	10,000	12,515	12,570		10,000
(mm)	1	10,000	10,000	12,577	12,552	12,755	10,000
$X_{10}=k$	1	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001

Le tableau 4.10 met en exergue les valeurs de l'angle de transmission minimum μ_{\min} et celles de la fiabilité R relative au design de la membrure motrice r_3 . Cette fiabilité R et l'erreur mécanique f_5 ne sont évaluées qu'en présence des tolérances dimensionnelles et des jeux dans les joints du mécanisme.

Tableau 4.10 : Valeurs optimales des fonctions objectif f_i relatives au majeur

F_i	tol	$f_1(\text{Nmm})$ $M_{M\max}$	$f_2(\text{Nmm})$ E_M	$f_3(^{\circ})^2$ ΔTP2 10^{-4}	$f_4(^{\circ})^2$ $\Delta\mu$	$f_5(^{\circ})^2$ $\Delta\text{TP2}_{\text{mec}}$	$\mu_{\min}(^{\circ})$	Fiabilité R
F_1	0	1404,795	1556,371	1804,390	4992,343		20,000	
	1	1404,836	1556,394	1804,390	4992,343	13,53041	20,000	1,000
F_2	0	1405,795	1556,371	1804,390	4992,343		20,000	
	1	1404,880	1556,418	1804,390	4992,343	13,53041	20,000	1,000
F_3	0	2327,846	2389,978	1791,986	4992,275		20,000	
	1	2292,713	2370,901	1797,311	4992,304	13,57010	20,000	1,000
F_4	0	2314,126	2390,978	1816,238	4983,563		20,056	
	1	2300,934	2375,326	1808,521	4989,278	13,54552	20,019	1,000
F_5	1	2364,380	2341,207	1804,390	4992,343	13,53041	20,000	1,000
F_6	0	1406,782	1558,778	1794,772	4991,272		20,006	
	1	1408,952	1559,835	1797,311	4992,304	13,57010	20,000	1,000

4.7.4 Optimisation du mécanisme de l'annulaire

Les tableaux 4.11 et 4.12 présentent respectivement les variables de design optimales et les valeurs de toutes les fonctions objectif f_i dont les valeurs minimales apparaissent en

caractères gras. Ces résultats tiennent compte de l'absence des tolérances dimensionnelles (tol=0) ou de leur présence (tol=1).

Tableau 4.11 : Variables de design optimales de l'annulaire

X	tol	Fonctions objectifs F_i					
		F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6
$x_1=\theta_A$ (°)	0	71,676	71,771	43,006	35,635		43,016
	1	66,960	68,685	43,027	47,280	65,333	43,027
$x_2=r_2$ (mm)	0	7,486	7,491	6,152	5,000		6,154
	1	7,234	7,324	6,155	6,487	7,151	6,155
$x_3=r_3$ (mm)	0	39,053	39,055	40,003	40,977		40,001
	1	39,016	39,015	40,000	39,622	39,029	40,000
$x_4=r_4$ (mm)	0	7,500	7,500	7,196	5,934		7,198
	1	7,500	7,500	7,200	7,500	7,500	7,200
$x_5=\theta_4$ (°)	0	339,832	339,715	360,000	360,000		360,000
	1	345,024	342,260	360,000	358,789	346,568	360,000
$x_6=t_m$ (mm)	0	0,859	0,860	1,055	0,916		0,806
	1	0,836	0,844	0,949	0,936	1,361	0,851
$X_7=x_T$ (mm)	0	20,000	20,000	12,995	18,857		20,000
	1	20,000	20,000	15,075	16,038	19,298	18,733
$X_8=y_T$ (mm)	0	5,000	5,000	2,000	5,000		5,000
	1	5,000	5,000	0,340	0,508	-4,318	3,591
$X_9=d$ (mm)	0	10,000	10,000	14,000	16,339		10,000
	1	10,000	10,000	13,495	15,566	16,951	10,306
$X_{10}=k$	1	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001

La fiabilité R relative au design de la membrure motrice r_3 et l'angle de transmission minimum μ_{\min} sont aussi fournies au tableau 4.12 pour les mécanismes optimaux. La fiabilité R et l'erreur mécanique f_t sont valables seulement pour "tol=1".

Tableau 4.12 : Valeurs optimales des fonctions objectif f_i relatives à l'annulaire

F_i	tol	$f_1(\text{Nmm})$ $M_{M\max}$	$f_2(\text{Nmm})$ E_M	$f_3(^{\circ})^2$ $\Delta TP2$ 10^{-6}	$f_4(^{\circ})^2$ $\Delta \mu$	$f_5(^{\circ})^2$ $\Delta TP2_{\text{mec}}$	$\mu_{\min}(^{\circ})$	Fiabilité R
F_1	0	1327,228	1109,451	388371,3	4897,632		20,101	
	1	1329,802	1124,385	221987,4	4213,733	5,542730	25,098	1,000
F_2	0	1327,230	1109,154	392742,0	4912,472		20,000	
	1	1328,337	1118,918	272823,9	4451,399	5,580701	23,283	1,000
F_3	0	2587,649	2324,824	0,039032	2237,829		49,648	
	1	2488,932	2068,108	0,051238	2238,509	7,262318	49,627	1,000
F_4	0	2209,153	1936,323	858,4755	2111,462		57,045	
	1	2660,052	2276,240	2715,110	2415,200	6,327790	45,326	1,000
F_5	1	2994,779	2298,263	181890,0	4002,109	5,532086	26,799	1,000
F_6	0	1392,958	1200,944	0,041935	2238,159		49,638	
	1	1563,622	1332,283	0,051107	2238,505	7,262367	49,627	1,000

4.7.5 Optimisation du mécanisme de l'auriculaire

Le tableau 4.13 contient les valeurs réelles des variables indépendantes de design optimales tandis que le tableau 4.14 présente en caractères gras les valeurs minimales des fonctions objectif et en caractères normaux les valeurs des autres fonctions objectif. Toutes ces valeurs sont fournies aussi bien pour le cas où les tolérances dimensionnelles et les jeux aux joints sont ignorés (tol=0) que pour celui où ils sont considérés (tol=1).

Tableau 4.13 : Variables de design optimales de l'auriculaire

X	tol	Fonctions objectifs F_i					
		F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6
$x_1=\theta_A$ (°)	0	51,744	66,023	30,187	35,169		29,866
	1	53,997	69,218	30,270	43,913	57,961	29,915
$x_2=r_2$ (mm)	0	5,144	5,000	6,937	6,843		6,898
	1	6,612	6,943	6,946	6,753	6,814	6,903
$x_3=r_3$ (mm)	0	32,335	32,624	32,407	32,084		32,440
	1	31,341	31,277	32,399	31,607	31,139	32,435
$x_4=r_4$ (mm)	0	5,289	5,024	6,990	7,000		6,947
	1	6,826	6,995	7,000	7,000	7,000	6,953
$x_5=\theta_4$ (°)	0	338,676	321,379	359,994	357,731		359,978
	1	345,772	331,410	359,993	353,218	343,627	359,978
$x_6=t_m$ (mm)	0	1,032	1,454	1,166	1,157		0,794
	1	1,028	1,394	1,166	1,156	1,203	0,824
$x_7=x_T$ (mm)	0	17,807	13,542	15,000	15,001		20,000
	1	16,321	12,454	14,999	14,998	14,515	18,671
$x_8=y_T$ (mm)	0	1,183	-4,670	-1,001	-1,057		-0,215
	1	-2,169	-3,562	-1,004	-1,004	-1,121	3,927
$x_9=d$ (mm)	0	10,001	10,000	13,000	14,078		10,000
	1	10,000	10,000	13,000	13,000	13,032	10,000
$x_{10}=k$	1	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001

La fiabilité R relative au design de la membrure motrice r_j et l'erreur mécanique f_j ne sont évaluées que lorsque les tolérances dimensionnelles interviennent dans le processus d'optimisation. Par ailleurs, le tableau 4.14 contient les valeurs de l'angle de transmission minimum μ_{\min} correspondant aux mécanismes optimaux pour les deux valeurs du paramètre "tol".

Tableau 4.14 : Valeurs optimales des fonctions objectif f_i relatives à l'auriculaire

F_i	tol	$f_1(\text{Nmm})$ M_{Mmax}	$f_2(\text{Nmm})$ E_M	$f_3(^{\circ})^2$ $\Delta TP2$ 10^{-6}	$f_4(^{\circ})^2$ $\Delta \mu$	$f_5(^{\circ})^2$ $\Delta TP2_{mec}$	$\mu_{min}(^{\circ})$	Fiabilité R
F_1	0	1180,219	1259,910	153086,0	2541,720		42,073	
	1	1258,032	1378,928	113696,3	2689,592	3,636898	39,883	1,000
F_2	0	1204,886	1089,367	408872,8	3934,828		27,288	
	1	1246,929	1200,422	407716,3	4343,232	3,759434	24,119	1,000
F_3	0	1820,259	2133,749	0,061165	2025,261		64,045	
	1	1819,318	1882,389	0,077911	2023,507	4,345811	63,962	1,000
F_4	0	1821,363	2116,244	4133,197	1975,950		59,015	
	1	1638,112	1698,922	32242,23	2128,559	3,675520	50,015	1,000
F_5	1	1502,594	1538,699	153491,6	3022,509	3,411990	35,834	1,000
F_6	0	1480,417	1572,121	0,088236	2032,408		64,366	
	1	1385,669	1543,727	0,085628	2031,304	4,428981	64,318	1,000

4.7.6 Comparaison et discussion des résultats issus de tous les doigts

4.7.6.1 Variables de design et fonctions objectif optimales

L'analyse des variables de design optimales présentées aux tableaux 4.5, 4.7, 4.9, 4.11 et 4.13 permet de constater de prime abord que la variable de design $x_{10}=k$, permettant de calculer les tolérances dimensionnelles optimales, est égale, à quelques exceptions près, à la valeur limite inférieure 0,001. L'expression mathématique de l'erreur mécanique, donnée par les relations (A3.8) et (A3.9) de l'annexe III, justifie ce résultat. En effet, la variable x_{10} est l'un des facteurs de cette expression mathématique qui atteint son

minimum lorsque ces facteurs sont à leur minimum tout en respectant les contraintes d'égalité et d'inégalité du problème à résoudre.

Les tolérances dimensionnelles Δr_i et les jeux aux joints R_{Ci} optimaux sont évalués à l'aide de la formule suivante :

$$\Delta r_i = R_{Ci} = k r_i \quad (i=1, \dots, 4) \quad (4.20)$$

Les tableaux 4.6, 4.8, 4.10, 4.12 et 4.14, fournissant les valeurs de toutes les fonctions objectif, de l'angle de transmission minimum et de la fiabilité R relative au design de la membrure motrice r_3 , permettent d'emblée de faire deux constats. Le premier constat est relatif à la fiabilité R qui, tous critères confondus, est sensiblement égal à l'unité. Cela traduit le fait que la nature stochastique des variables de design, à la solution optimale, ne crée pratiquement aucune interférence entre la courbe de distribution statistique de la résistance et celle relative à la contrainte induite. Le deuxième constat est relatif à l'angle de transmission minimum μ_{\min} dont les plus petites valeurs sont obtenues pour l'index et le majeur et les plus grandes par le pouce. Cet angle est inversement proportionnel à l'angle θ_A représenté par la variable x_1 .

Les figures 4.2 à 4.10 ci-après facilitent l'interprétation des résultats relatifs aux variables de design optimales. En effet, ces variables sont exprimées en fonction des cinq doigts de la prothèse et des fonctions objectif F_i relatives aux différents problèmes d'optimisation à résoudre. Pour une figure donnée, chaque courbe est associée à une

fonction F_i , l'axe des ordonnées comporte les valeurs de la variable de design optimale x_i et l'axe des abscisses est associé aux cinq doigts de la main. Chacun des doigts est désigné par la première lettre (ou les deux premières lettres en cas d'ambiguïté) de son nom suivie de la valeur du paramètre "tol" relatif aux tolérances dimensionnelles et aux jeux dans les joints. Ainsi, p0, an0 et au1 signifient respectivement pouce sans tolérances, annulaire sans tolérances et auriculaire avec tolérances.

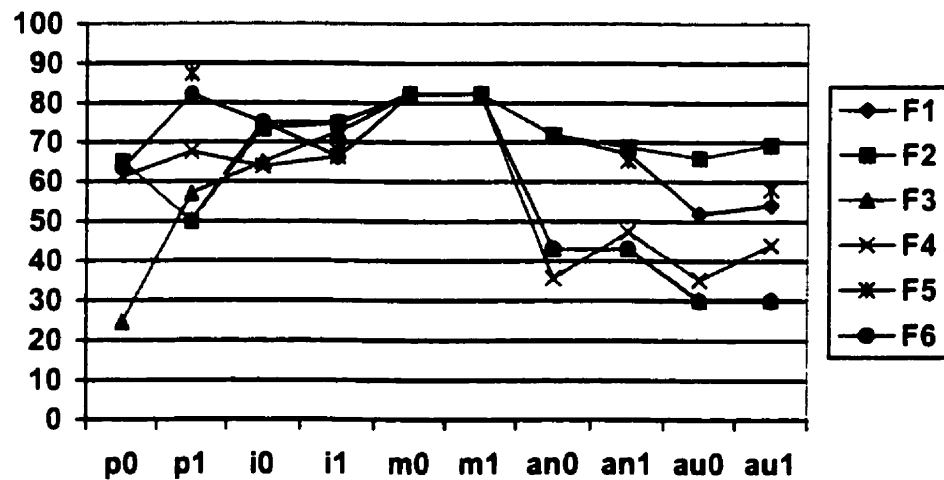
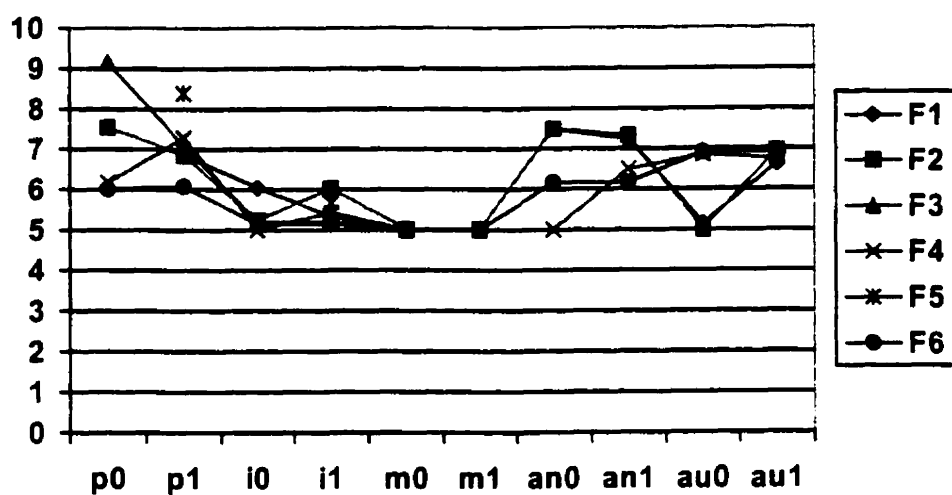
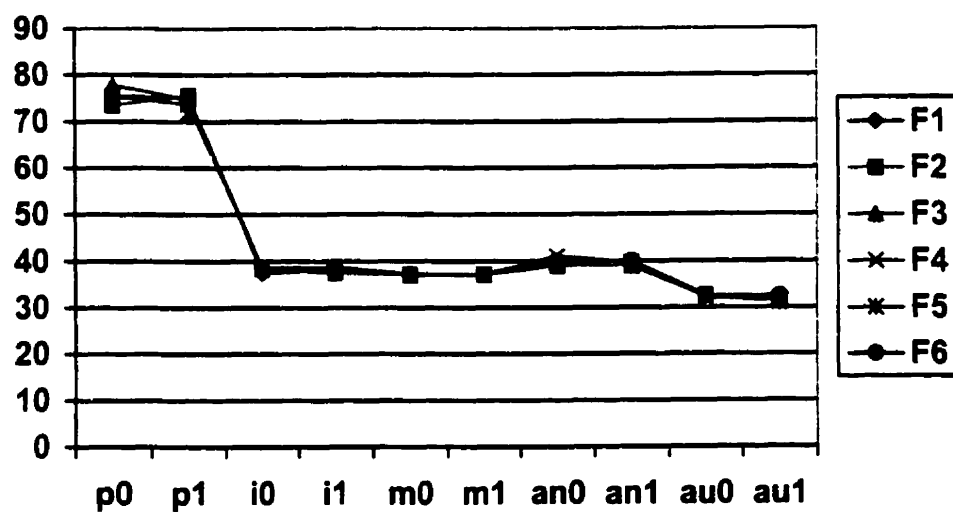
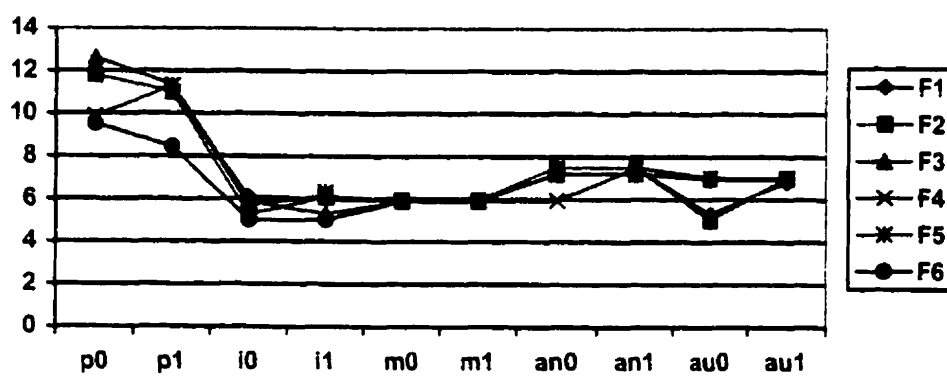
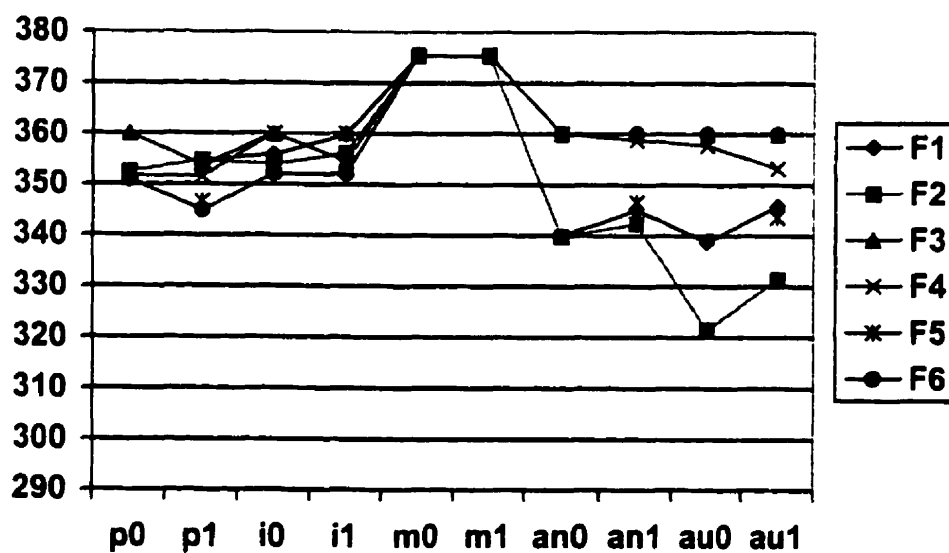
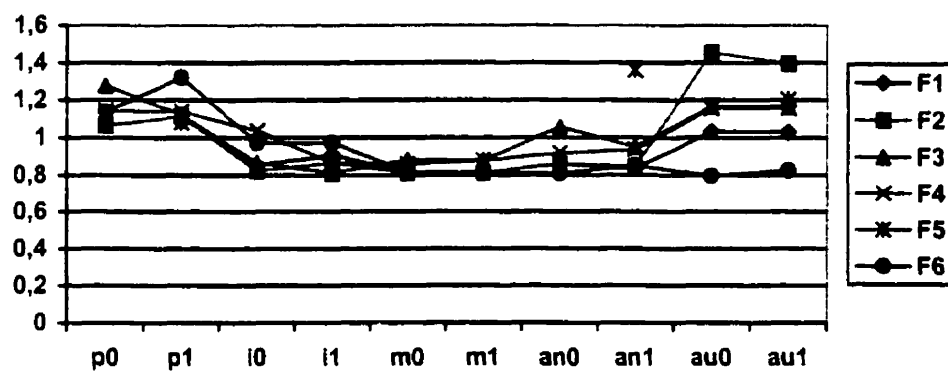
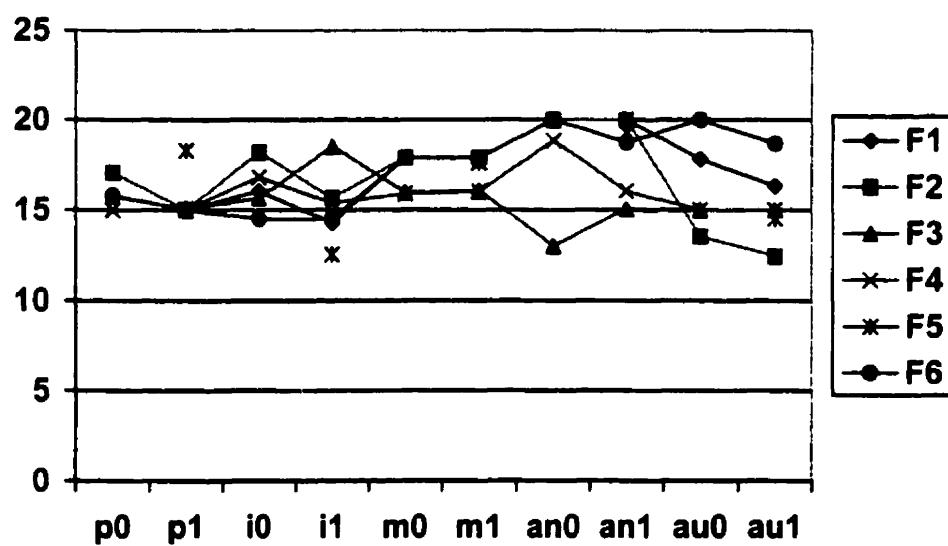
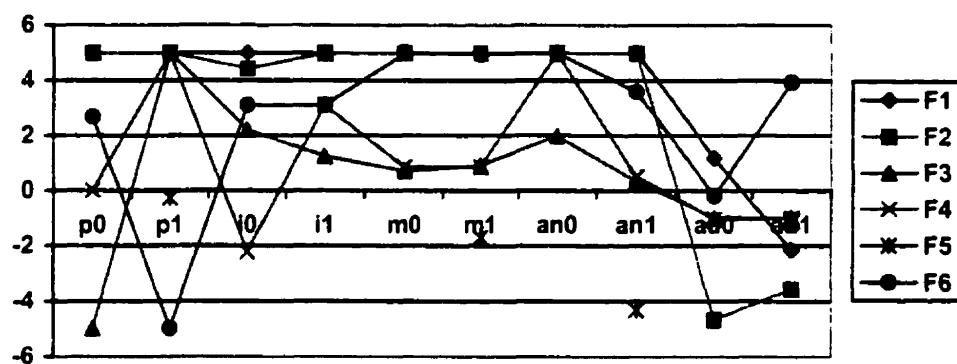
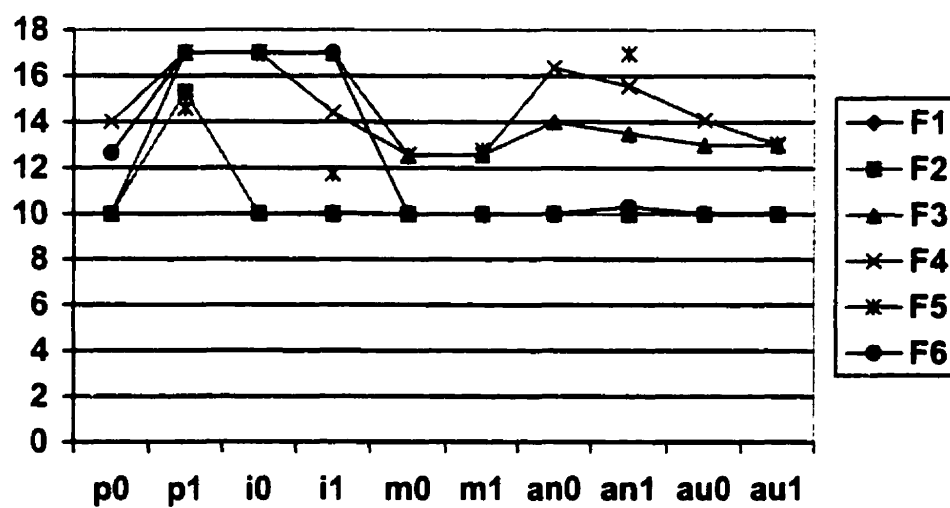


Figure 4.2 : Variable de design $x_i = \theta_A (^\circ)^2$

Figure 4.3 : Variable de design $x_2=r_2$ (mm)Figure 4.4 : Variable de design $x_3=r_3$ (mm)

Figure 4.5 : Variable de design $x_4 = r_4$ (mm)Figure 4.6 : Variable de design $x_5 = \theta_4$ ($^\circ$)²

Figure 4.7 : Variable de design $x_6 = t_m$ (mm)Figure 4.8 : Variable de design $x_7 = x_T$ (mm)

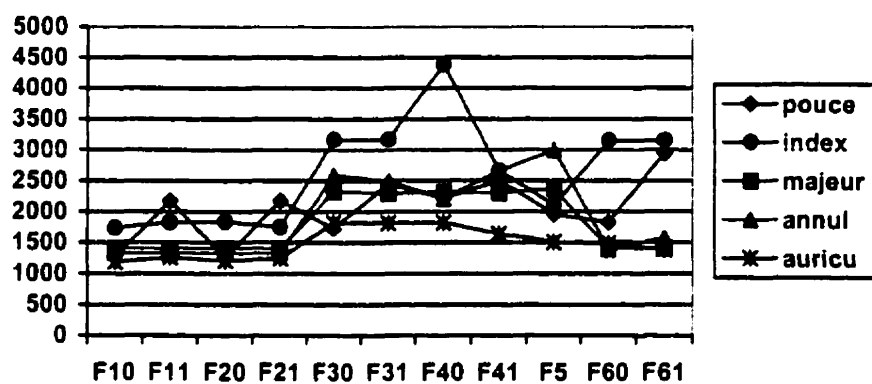
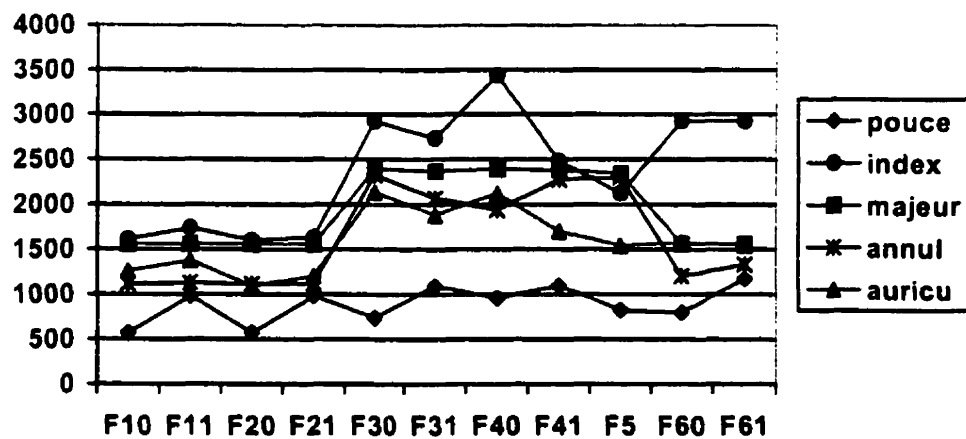
Figure 4.9 : Variable de design $x_s = y_T$ (mm)Figure 4.10 : Variable de design $x_s = d$ (mm)

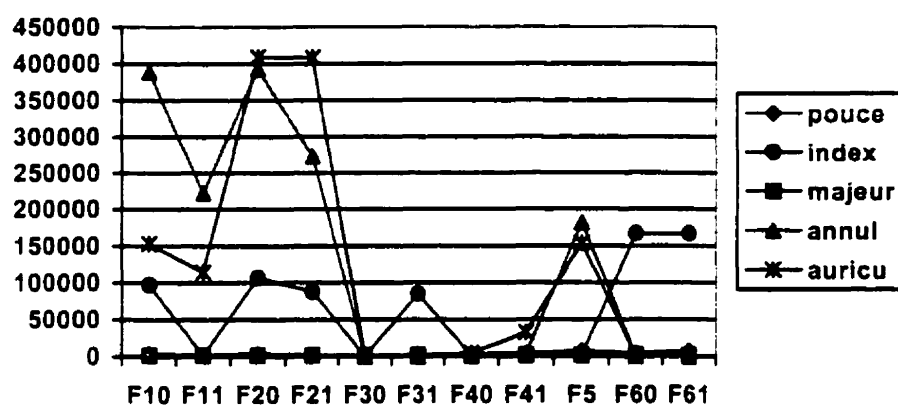
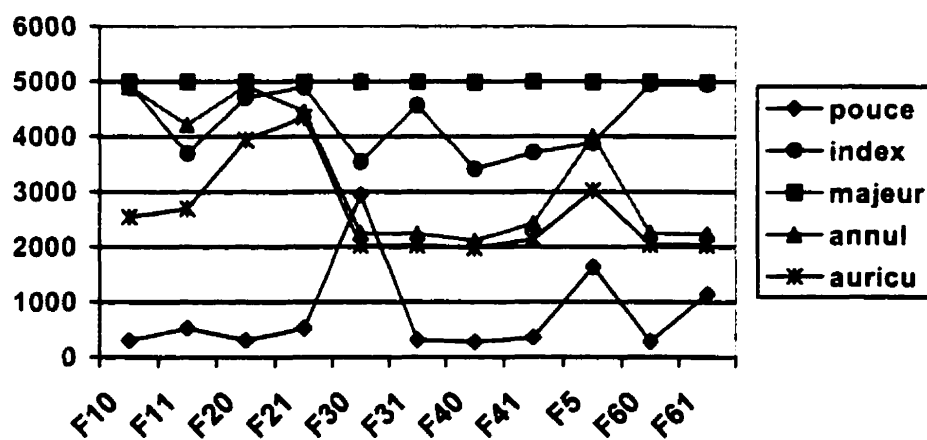
Les figures présentées ci-dessus permettent de faire les observations qui suivent.

- Le majeur est le doigt dont les dimensions optimales du mécanisme muni du système d'entraînement sont non seulement quasi constantes, mais aussi insensibles aux tolérances dimensionnelles et aux jeux dans les joints, tous critères confondus. En effet, d'un critère à un autre, les contraintes actives à la solution optimale sont les mêmes.
- En comparant tous les d_0 et d_1 où d représente un doigt quelconque (sauf le majeur) et où d_1 résulte de l'optimisation simultanée de l'erreur mécanique f_5 et d'une fonction objectif f_i ($i \neq 5$) pour le doigt concerné, nous constatons que les mécanismes des doigts sont sensibles aux tolérances dimensionnelles pour chacun des critères considérés. Cela tient du fait que les variables de design obtenues lors de l'optimisation de la fonction objectif F_5 liée à l'erreur mécanique f_5 sont très différentes, à quelques exceptions près, de celles obtenues lors de la minimisation individuelle des fonctions F_1 , F_2 , F_3 et F_4 liées respectivement à f_1 , f_2 , f_3 et f_4 .
- À l'exception du pouce, l'optimisation simultanée F_6 de tous les critères, tous doigts confondus, a permis de réduire l'impact de l'erreur mécanique sur les variables de design nominales et optimales. En effet, cette fonction objectif F_6 est presque insensible à la présence des tolérances dimensionnelles (pour $tol=1$).

- L'index, le majeur et l'annulaire partagent la même valeur de la membrure motrice r_3 qui est presque insensible aux tolérances dimensionnelles et constante pour tous les critères utilisés. Cela résulte de la similitude observée dans les dimensions des phalanges relatives à ces doigts.
- L'optimisation simultanée F_6 de tous les critères confère à l'annulaire et à l'auriculaire la même longueur de la membrure fixe r_4 et le même angle $\theta_4=360^\circ$. Cette fonction objectif confère aussi au majeur, à l'annulaire et à l'auriculaire la même épaisseur $x_6=t_m$ de la membrure motrice r_3 et le même diamètre de la poulie motrice $x_9=d$.

Les figures 4.11 à 4.15 servent à mieux cerner et appréhender le comportement de toutes les fonctions objectif f_i relatives aux critères de performance pendant le processus d'optimisation de chacune des fonctions objectif F_i relatives aux différents problèmes à résoudre. Chaque courbe est associée à chaque doigt, l'axe des ordonnées donne les valeurs de la fonction f_i considérée et l'axe des abscisses fait état de toutes les fonctions F_i auxquelles est associé l'indice représentant la valeur du paramètre "tol" relatif aux tolérances dimensionnelles. Ainsi, F20 et F41 signifient respectivement optimisation de la fonction objectif F_2 relative à l'énergie consommée f_2 en ne considérant que les dimensions nominales et optimisation de la fonction objectif F_4 relative à la déviation de l'angle de transmission f_4 en considérant les tolérances dimensionnelles. En d'autres termes, $F20=[f_2]$ et $F41=[f_4, f_5]$.

Figure 4.11 : Couple-moteur f_1 (Nmm)Figure 4.12 : Énergie consommée f_2 ($10^{-3}J$)

Figure 4.13 : Erreur quadratique f_j ($^\circ$)²Figure 4.14 : Déviation de l'angle de transmission f_i ($^\circ$)²

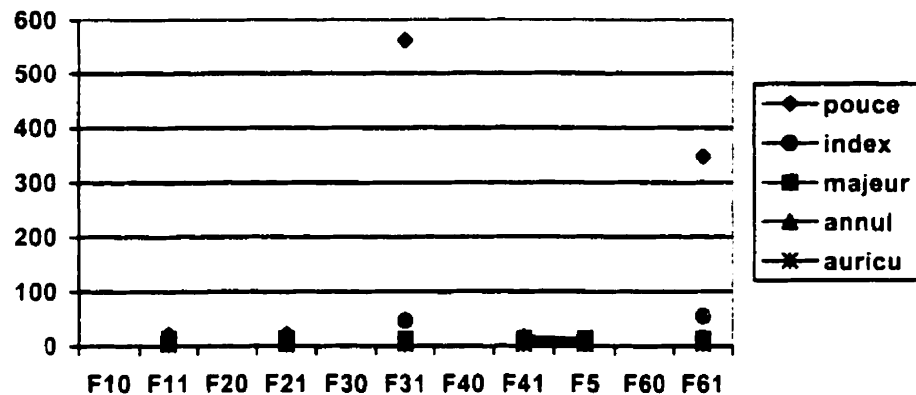


Figure 4.15 : Erreur mécanique f_s (°)²

Les figures ci-dessus conduisent aux commentaires qui suivent.

- Pour le majeur et pour chacune des fonctions f_1 et f_2 relatives respectivement au couple-moteur maximal et à l'énergie consommée, on observe trois paliers de valeurs constantes et indépendantes des tolérances dimensionnelles. En effet, le premier palier est relatif aux fonctions F_1 et F_2 pour lesquelles les fonctions f_1 et f_2 , qu'elles soient minimales ou non, sont constantes et indépendantes des tolérances dimensionnelles. Le deuxième palier concerne les fonctions F_3 , F_4 et F_5 et le troisième est relatif à la fonction F_6 pour les deux valeurs du paramètre "tol" lié aux tolérances. Cette observation se justifie par la présence du système d'entraînement incorporé au mécanisme pendant le processus d'optimisation. En effet, le couple-

moteur f_1 et l'énergie consommée f_2 reliés aux fonctions F_1 et F_2 dépendent non seulement des dimensions du mécanisme, mais aussi de celles du système d'entraînement. L'erreur quadratique f_3 , la déviation de l'angle de transmission f_4 et l'erreur mécanique f_5 liées respectivement aux fonctions F_3 , F_4 et F_5 ne dépendent que des dimensions du mécanisme à quatre membrures. La fonction F_6 , réservée à l'optimisation de tous les critères, joue le rôle de régulateur. En effet, elle permet, dans un troisième palier, de diminuer considérablement l'écart entre les deux premiers paliers.

- Par ailleurs, l'analyse du comportement des fonctions f_3 , f_4 et f_5 pour le mécanisme du majeur permet de constater qu'elles sont constantes et indépendantes des fonctions à optimiser F_i et des tolérances dimensionnelles.
- En comparant les F_{i0} et F_{i1} ($i \neq 5,6$) où F_{i0} concerne l'optimisation de la fonction f_i et où F_{i1} conduit à l'optimisation simultanée de la fonction objectif f_i ($i \neq 5$) et de l'erreur mécanique f_5 , nous constatons que pour tous les doigts, excepté le majeur, les fonctions objectifs f_i sont influencées par la présence des tolérances dimensionnelles. En effet, les valeurs optimales de f_i obtenues dans les deux cas sont en général différentes.

- Par ailleurs, l'optimisation simultanée de tous les critères F_6 vient réduire et même supprimer l'influence des tolérances dimensionnelles sur chacune des fonctions objectif f_i , tous doigts confondus, excepté le pouce.
- Tous doigts confondus, les valeurs minimales des fonctions objectifs f_1 et f_2 sont très différentes des valeurs que prennent ces fonctions lors de la minimisation de chacune des fonctions F_i ($i \neq 1, 2$) relatives à d'autres critères de performance.
- Les tableaux 4.6, 4.8, 4.10, 4.12 et 4.14 et les figures 4.11 à 4.15 montrent la valeur optimale de chacune des fonctions objectif et ses valeurs non optimales calculées lorsque les autres fonctions objectif sont optimisées. Nous constatons que ces valeurs non optimales sont toujours supérieures à la valeur optimale obtenue. Il apparaît donc que la stratégie consistant à calculer les valeurs de toutes les fonctions objectif lorsque l'une d'elle est optimisée permet de valider les solutions optimales obtenues en tentant de cerner les solutions optimales globales à partir de trois points de départ différents.

4.7.6.2 Analyse des vitesses et accélérations angulaires et avantage mécanique des mécanismes optimaux

Pour les cinq mécanismes optimaux relatifs à l'optimisation simultanée de tous les critères (fonction objectif F_6 en considérant l'erreur mécanique), les figures 4.16 à 4.18

montrent la variation des vitesses angulaires des membrures des mécanismes relatifs à tous les doigts en fonction de l'angle θ_3 de la membrure motrice. La vitesse angulaire ω_3 de la membrure motrice, servant à déterminer les vitesses des autres membrures, est calculée à l'aide de l'équation (2.20) dans laquelle la vitesse angulaire ω_a de l'arbre est supposée constante pendant le cycle de fermeture évalué à 1,5s. L'arbre du pouce a une vitesse angulaire égale à 0,49 rd/s et celui des autres doigts entraînés simultanément a une vitesse de 1,88 rd/s. L'équation (2.21) permet de calculer les vitesses angulaires ω_1 et ω_2 .

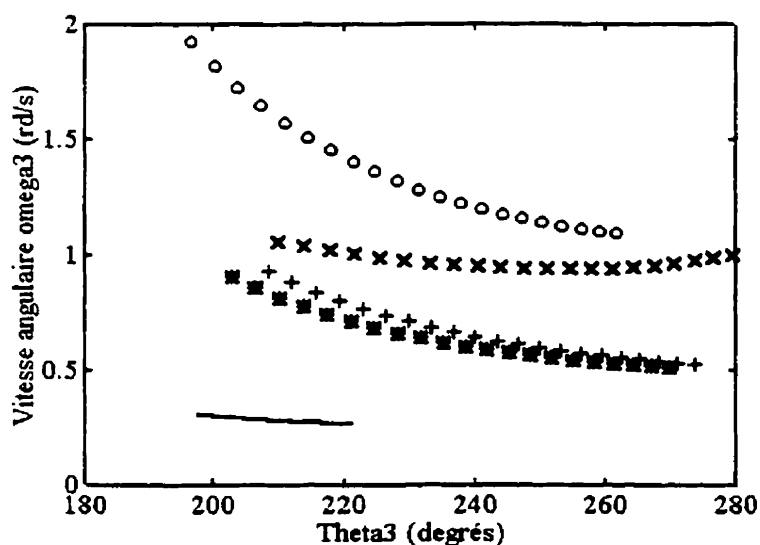


Figure 4.16 : Vitesse angulaire de la membrure motrice
(pouce __ ; index oo ; majeur ** ; annulaire ++ ; auriculaire xx)

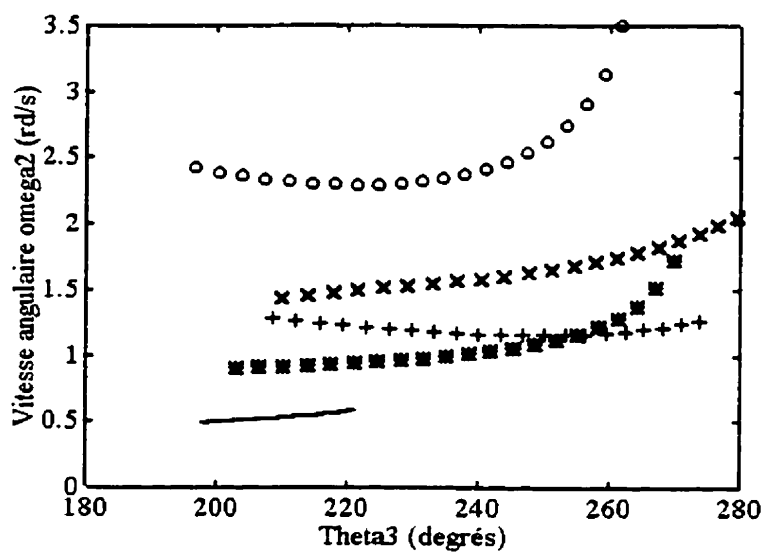


Figure 4.17 : Vitesse angulaire de la membrure d'accouplement
(pouce __ ; index oo ; majeur ** ; annulaire ++ ; auriculaire xx)

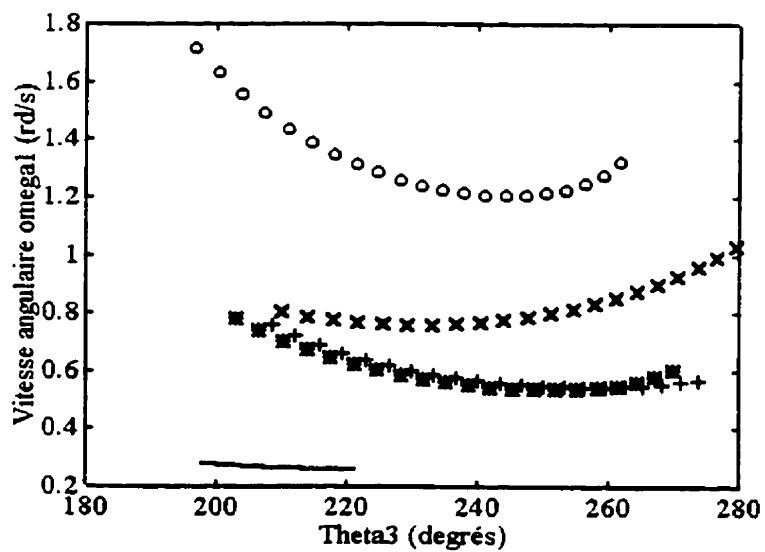


Figure 4.18 : Vitesse angulaire de la membrure entraînée
(pouce __ ; index oo ; majeur ** ; annulaire ++ ; auriculaire xx)

Les courbes des accélérations angulaires des membrures relatives aux mécanismes de tous les doigts sont présentées aux figures 4.19 à 4.21 en fonction de l'angle θ_3 de la membrure motrice. L'accélération angulaire α_3 de la membrure motrice, nécessaire pour le calcul des accélérations des autres membrures, est calculée à l'aide de l'équation (2.22). L'équation (2.23) permet de calculer les accélérations angulaires α_1 et α_2 .

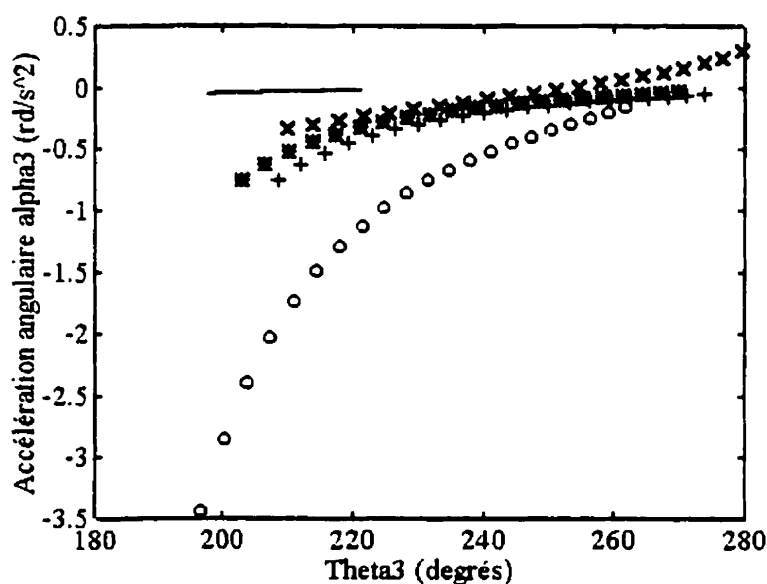


Figure 4.19 : Accélération angulaire de la membrure motrice
(pouce — ; index oo ; majeur ** ; annulaire ++ ; auriculaire xx)

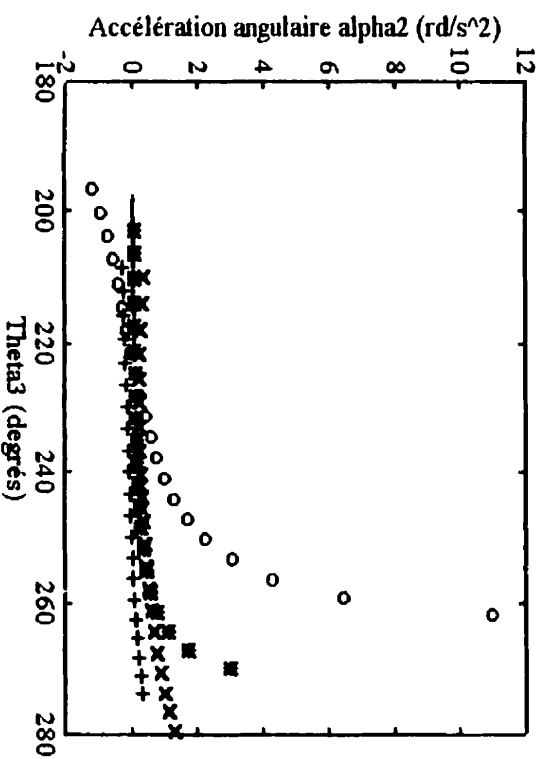


Figure 4.20 : Accélération angulaire de la membrure d'accouplement
(pouce __ ; index oo ; majeur ** ; annulaire ++ ; auriculaire xx)

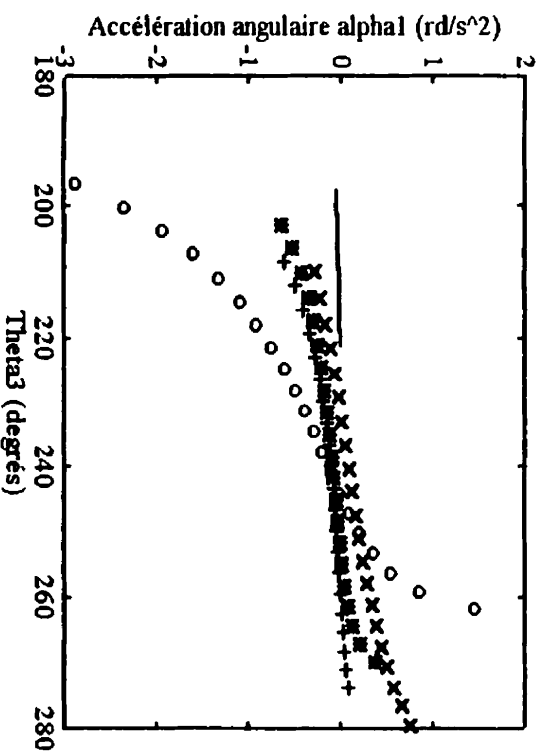


Figure 4.21 : Accélération angulaire de la membrure entraînée
(pouce __ ; index oo ; majeur ** ; annulaire ++ ; auriculaire xx)

La figure 4.22 montre la variation de l'avantage mécanique du mécanisme de chacun des doigts en fonction de l'angle de membrure motrice θ_3 . L'équation (2.25) permet de calculer cet avantage mécanique.

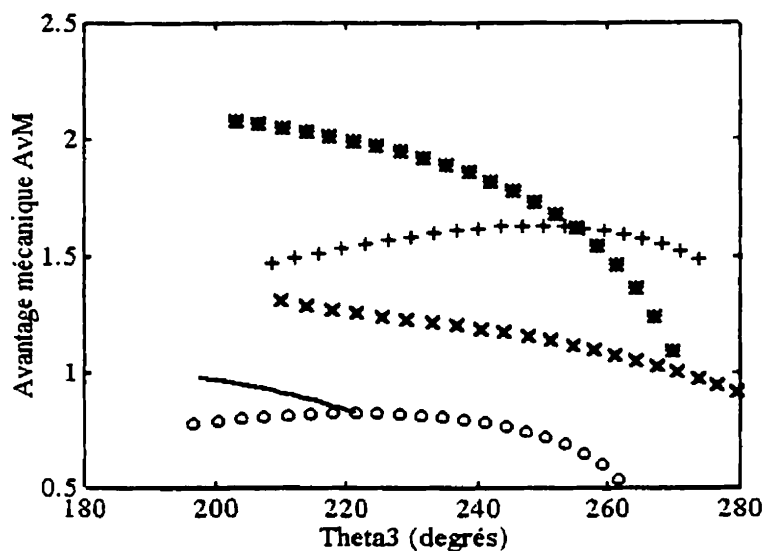


Figure 4.22 : Avantage mécanique du mécanisme avec système d'entraînement
(pouce — ; index oo ; majeur ** ; annulaire ++ ; auriculaire xx)

L'analyse des courbes relatives aux vitesses, accélérations angulaires et avantage mécanique conduit aux conclusions suivantes :

- Les avantages mécaniques relatifs aux mécanismes du majeur, de l'annulaire et de l'auriculaire sont en général supérieur à l'unité pendant tout le cycle de fermeture en raison des petites valeurs que prend la vitesse angulaire ω_2 de la membrure d'accouplement par rapport à celle de la membrure motrice ω_3 . Les avantages

mécaniques maximaux du pouce et de l'index sont voisins de l'unité. En raison de la grande vitesse angulaire ω_2 de sa membrure d'accouplement, le mécanisme de l'index a le plus petit avantage mécanique maximal. Le majeur est le doigt (sauf le pouce) ayant la plus petite vitesse angulaire ω_2 de la membrure d'accouplement. Par conséquent, il est le doigt ayant aussi le plus grand avantage mécanique maximal.

- Le mécanisme du pouce est celui dont les membrures ont les plus petites valeurs des vitesses et des accélérations angulaires. En effet, les accélérations sont quasi nulles à cause de la faible variation des vitesses angulaires correspondantes.
- Le mécanisme de l'index est celui dont les membrures ont des vitesses et accélérations angulaires élevées. Par ailleurs, ces paramètres varient beaucoup pendant le cycle de fermeture du doigt. Ces membrures ont de grandes décélérations et accélérations. Pendant que la membrure motrice décélère pendant tout le cycle de fermeture, les membrures d'accouplement et entraînée accélèrent très vite lorsque l'angle θ_3 de la membrure motrice dépasse environ 250° . La qualité du mouvement d'un mécanisme dépend de l'angle de transmission minimum. Par conséquent, le comportement observé se justifie par le fait que l'index et le majeur ont les plus faibles valeurs de l'angle de transmission minimum : $30,56^\circ$ pour l'index et 20° pour le majeur. Ces valeurs minimales de l'angle de transmission sont acceptables à cause des faibles vitesses des membrures. En effet, en comparant les vitesses des points A et B des mécanismes de tous les doigts, nous constatons que la vitesse maximale est

celle du point B de la membrure entraînée de l'index et égale à 0,075m/s (soit, $v_{\max} = r_i \omega_{i\max}$ avec $r_i = 43,55\text{mm}$ et $\omega_{i\max} = 1,72\text{rd/s}$) comparativement à une vitesse maximale de 0,3m/s mentionnée dans les travaux de Shieh et al. (1996).

4.8 Impact du système d'entraînement sur le design optimal des mécanismes des doigts

4.8.1 Variables de design et fonctions objectif optimales

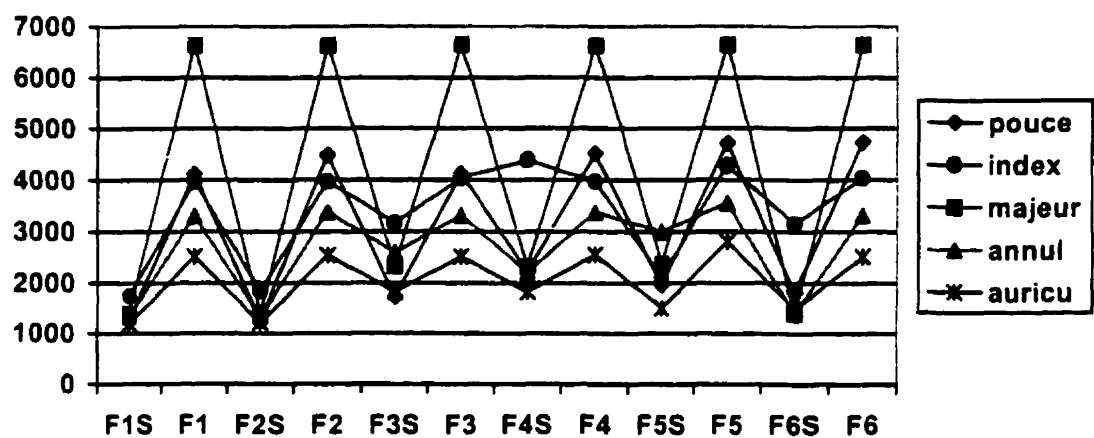
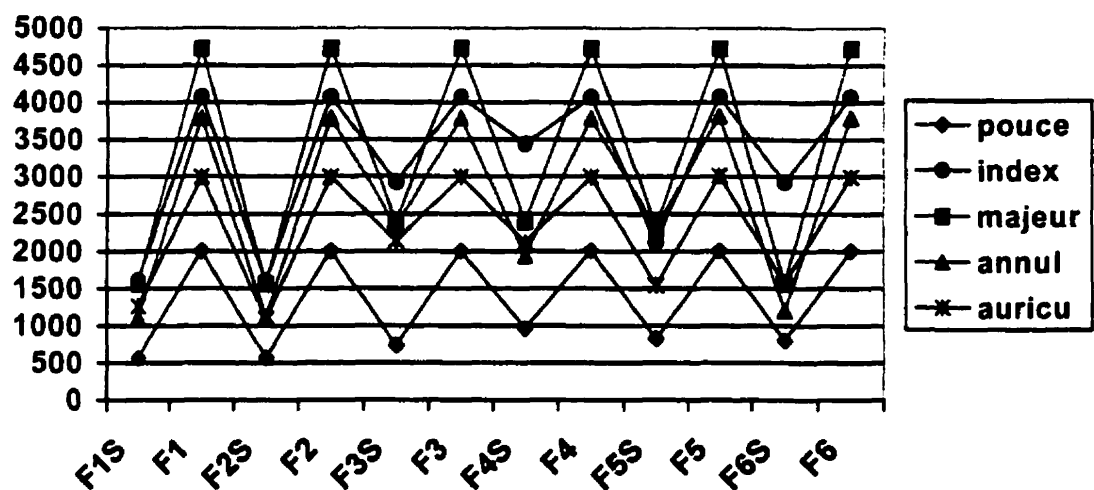
La comparaison des résultats obtenus au chapitre 3 avec ceux du présent chapitre permet de mettre en exergue l'impact du système d'entraînement et de l'erreur mécanique due aux tolérances dimensionnelles sur les dimensions optimales et sur les fonctions objectif f_i minimales relatives aux mécanismes à quatre membrures utilisés dans les doigts de la prothèse de la main.

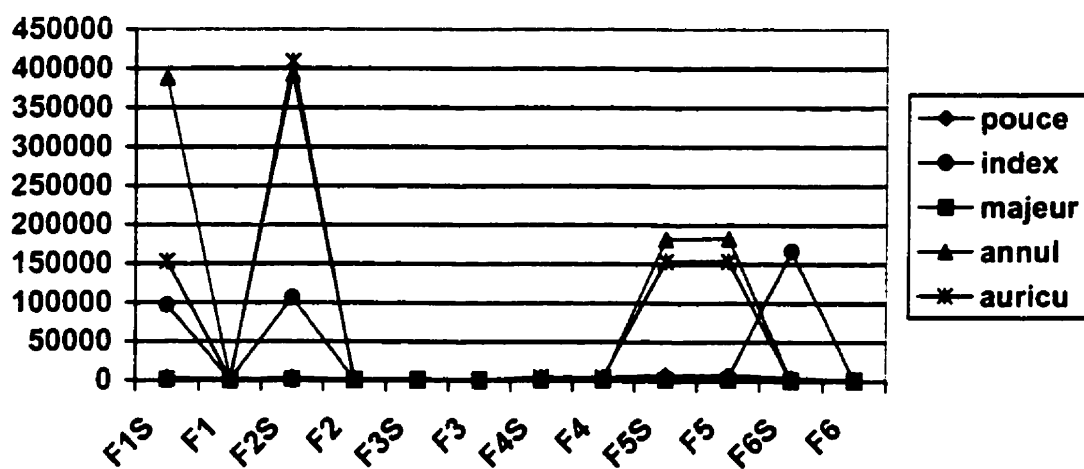
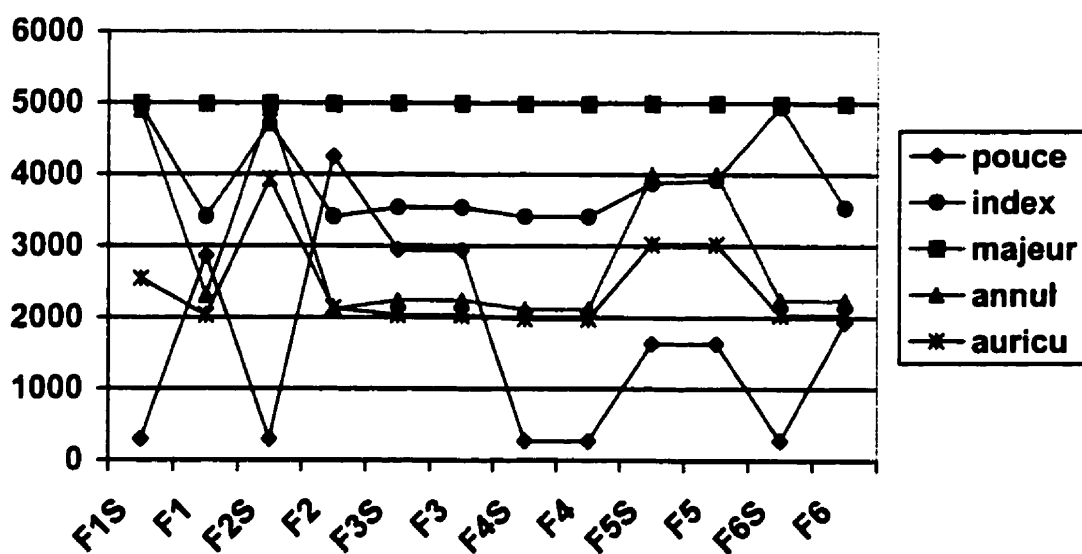
Les cinq figures 4.23 à 4.27 permettent de suivre l'évolution de chacun des cinq critères de performance f_i lors de l'optimisation de toutes les fonctions FiS (avec système d'entraînement) et Fi (sans système d'entraînement). Chacune des figures contient cinq courbes afférentes aux cinq doigts. L'axe des ordonnées représente la fonction f_{iS} (en présence du système d'entraînement) et la fonction f_i (en l'absence de système). L'axe des abscisses comporte toutes les fonctions optimisées FiS et Fi ($i=1,\dots,6$) pour

lesquelles les deux fonctions f_{1s} et f_i (i fixe) sont fournies en ordonnées. D'après ces figures, l'impact du système d'entraînement se traduit par :

- Tous doigts et toutes fonctions F_i confondus, les mécanismes munis de leurs systèmes d'entraînement ont les plus petites valeurs, minimales ou non minimales, du couple moteur maximal f_1 et de l'énergie consommée f_2 . Cela a un impact sur les variables de design optimales relatives à ces deux critères de performance. Par ailleurs, le majeur est le doigt ayant le plus bénéficié de la considération du système d'entraînement. En effet, sans ce système, il comporte les plus grandes valeurs des fonctions f_1 et f_2 .
- Tous doigts confondus, seules les valeurs optimales de l'erreur quadratique f_3 , de la déviation de l'angle de transmission f_4 et de l'erreur mécanique f_5 sont indépendantes du système d'entraînement. En effet, les expressions mathématiques de ces critères dépendent exclusivement de la configuration du mécanisme à quatre membrures. Il s'ensuit que les variables de design optimales relatives à ces trois critères sont aussi indépendantes du système d'entraînement.

La considération de ce système d'entraînement dans le processus d'optimisation permet, de façon générale, d'améliorer considérablement les résultats obtenus au chapitre 3 consacré au mécanisme seul et ceux obtenus par Vinet (1995) en ce qui concerne un seul critère de performance, à savoir le couple moteur maximal.

Figure 4.23 : couple moteur $f_{iS}-f_i$ (Nmm)Figure 4.24 : Énergie consommée $f_{iS}-f_i$ ($10^{-3} J$)

Figure 4.25 : Erreur quadratique $f_{3S}-f_3 (^\circ)^2$ Figure 4.26 : Déviation de l'angle de transmission : $f_{4S}-f_4 (^\circ)^2$

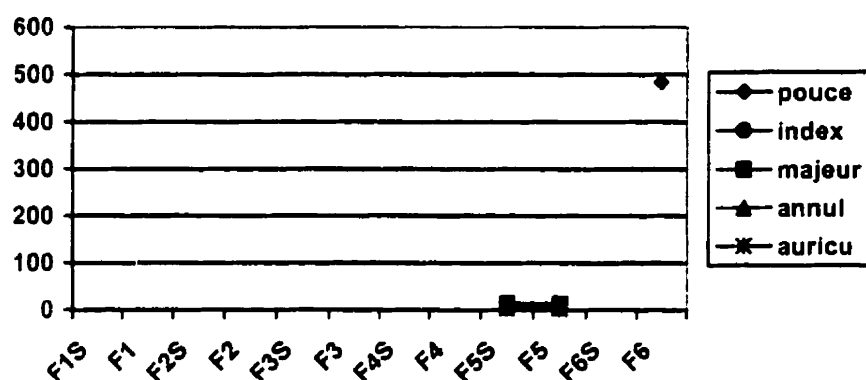


Figure 4.27 : Erreur mécanique $f_{SS} - f_5$ ($^\circ$)²

Par ailleurs, la considération des tolérances dimensionnelles lors de la minimisation de chacune des fonctions objectif f_i ($i \neq 5$) conduit à la minimisation simultanée de chacune de ces fonctions avec l'erreur mécanique f_5 . Il s'ensuit que les valeurs des fonctions f_i optimisées seules sont différentes de celles obtenues lors de la considération des tolérances dimensionnelles. Comme nous l'avons constaté au chapitre 3, l'optimisation simultanée de toutes les fonctions f_i ($i=1, \dots, 5$) permet en général, de réduire ou d'éliminer l'influence de l'erreur mécanique sur chacun des autres critères.

4.8.2 Vitesses et accélérations angulaires et avantage mécanique des mécanismes optimaux

Les figures 4.28 à 4.34 présentent les courbes des vitesses angulaires, des accélérations angulaires et de l'avantage mécanique des mécanismes avec et sans système d'entraînement relatifs au pouce.

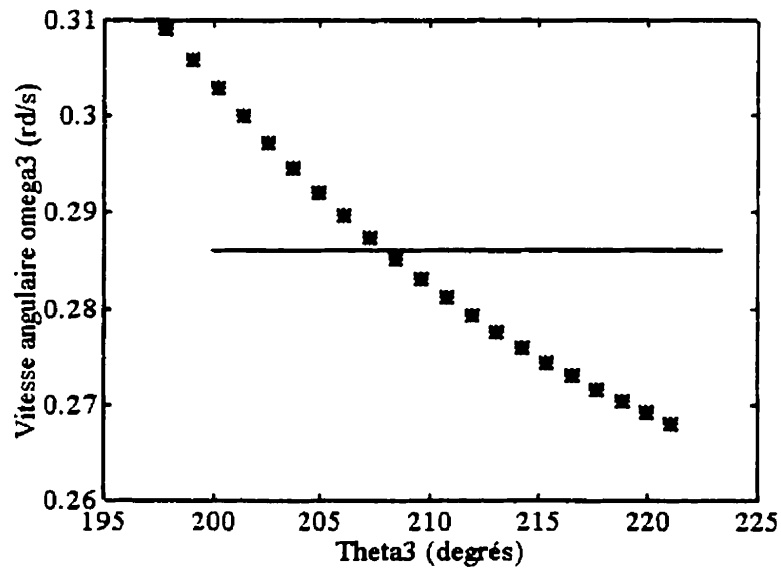


Figure 4.28 : Vitesse angulaire de la membrure motrice du pouce
(sans système d'entraînement ___ ; avec système d'entraînement **)

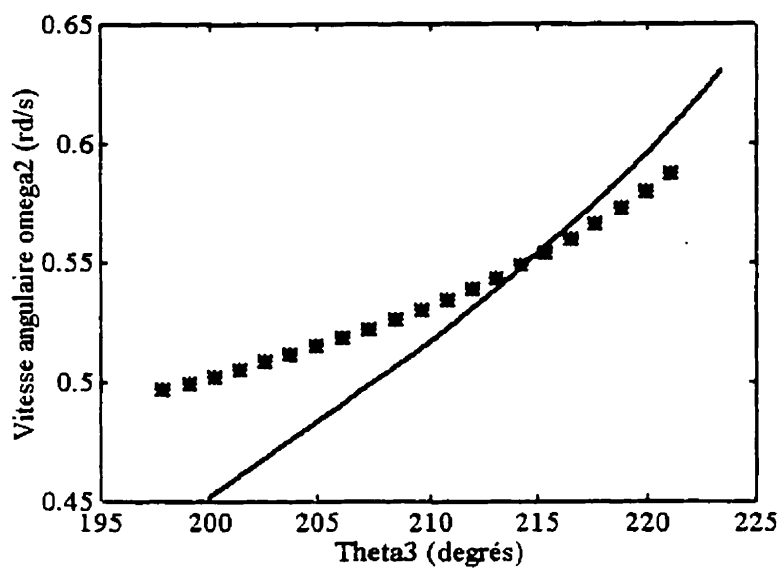


Figure 4.29 : Vitesse angulaire de la membrure d'accouplement du pouce
(sans système d'entraînement __ ; avec système d'entraînement **)

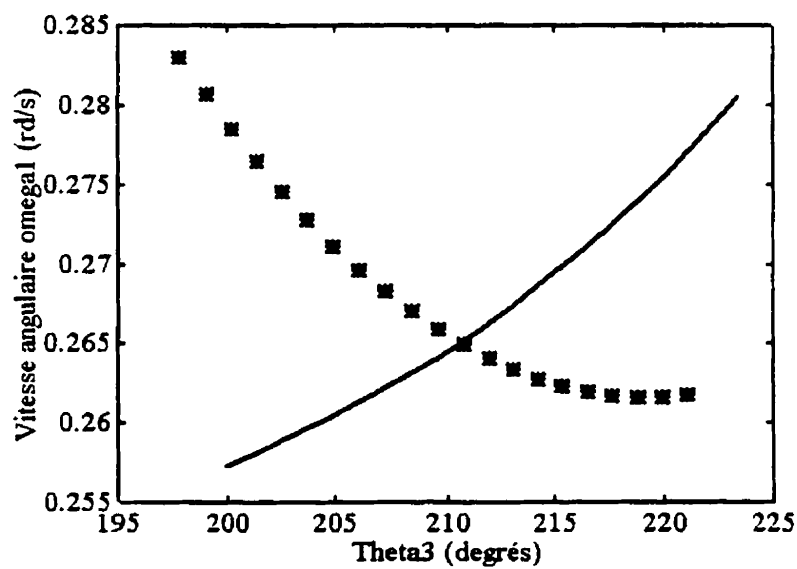


Figure 4.30 : Vitesse angulaire de la membrure entraînée du pouce
(sans système d'entraînement __ ; avec système d'entraînement **)

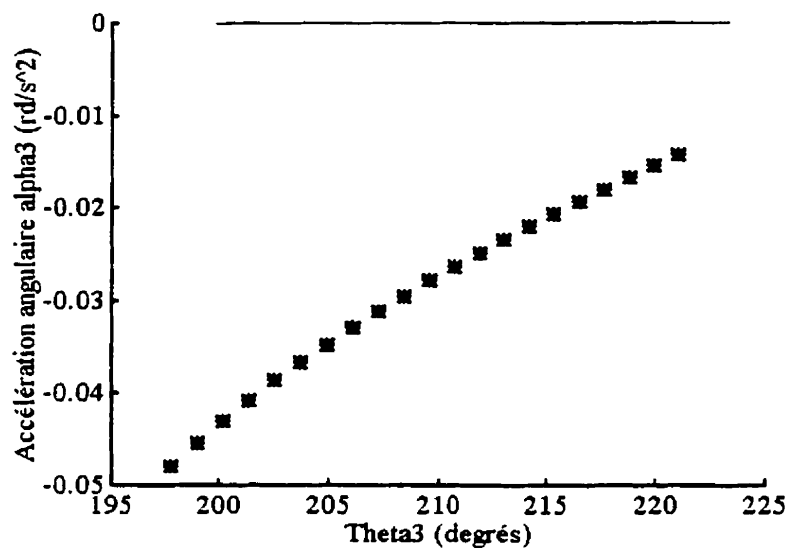


Figure 4.31 : Accélération angulaire de la membrure motrice du pouce
(sans système d'entraînement __ ; avec système d'entraînement **)

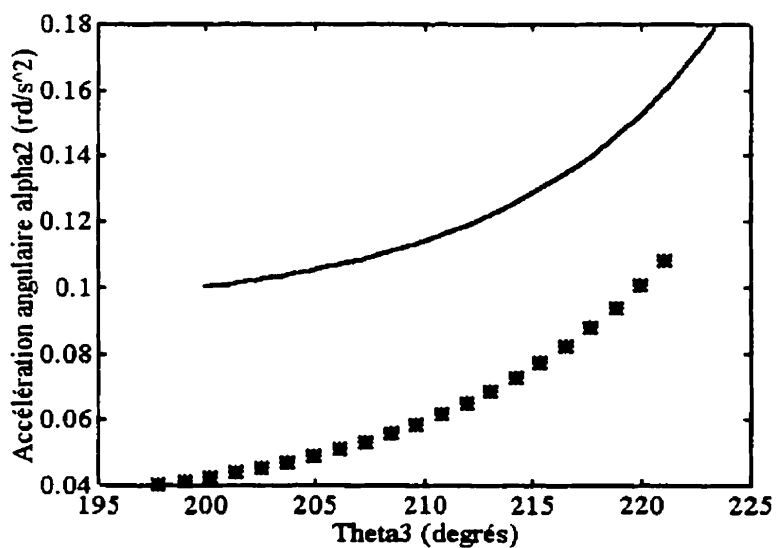


Figure 4.32 : Accélération angulaire de la membrure d'accouplement du pouce
(sans système d'entraînement __ ; avec système d'entraînement **)

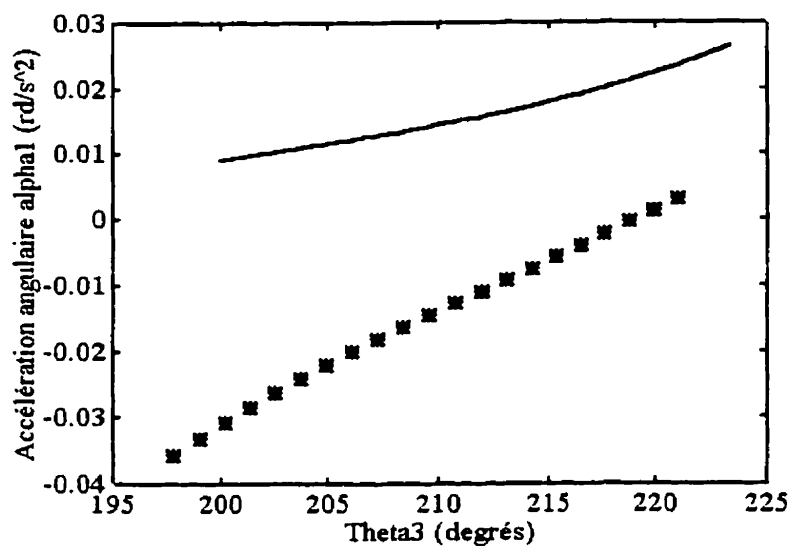


Figure 4.33 : Accélération angulaire de la membrure entraînée du pouce
(sans système d'entraînement __ ; avec système d'entraînement **)

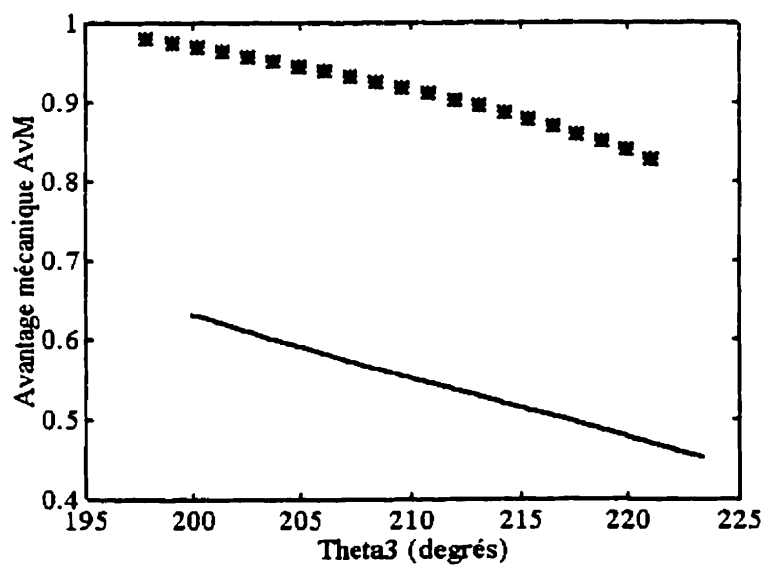


Figure 4.33 : Avantage mécanique du mécanisme du pouce
(sans système d'entraînement __ ; avec système d'entraînement **)

Les figures 4.35 à 4.41 présentent les courbes des vitesses angulaires, des accélérations angulaires et de l'avantage mécanique des mécanismes avec et sans système d'entraînement relatifs à l'index.

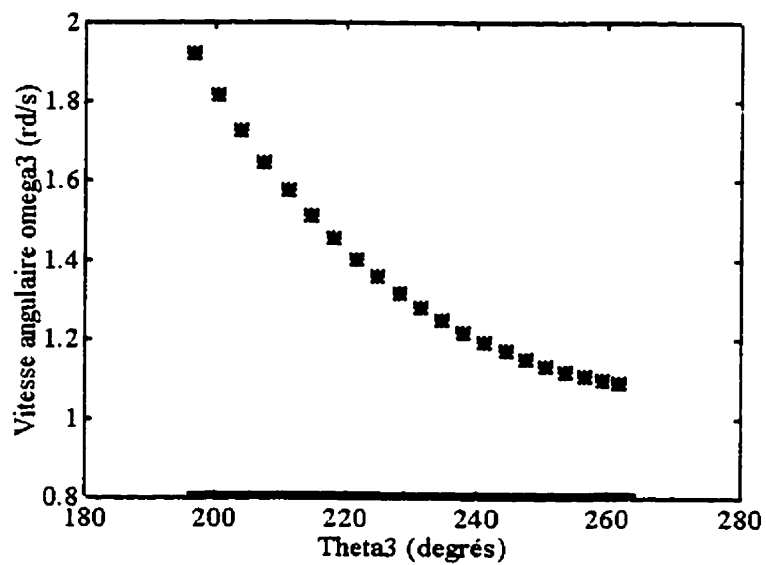


Figure 4.35 : Vitesse angulaire de la membrure motrice de l'index
(sans système d'entraînement __ ; avec système d'entraînement **)

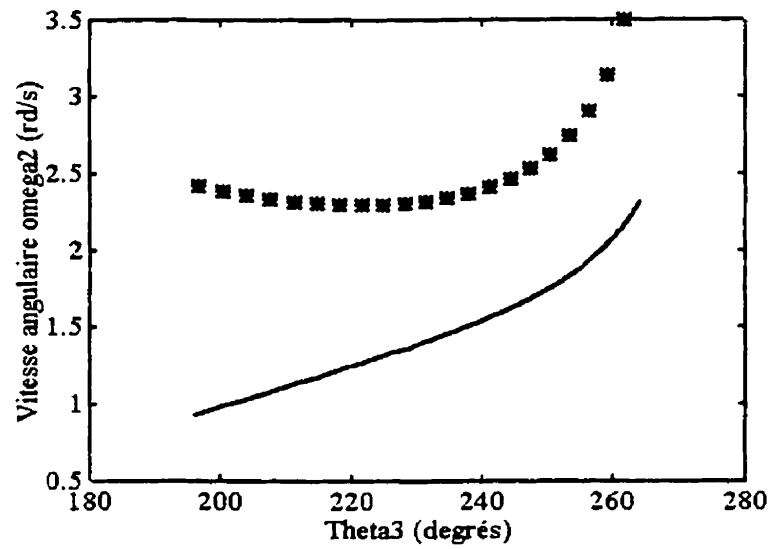


Figure 4.36 : Vitesse angulaire de la membrure d'accouplement de l'index
(sans système d'entraînement __ ; avec système d'entraînement **)

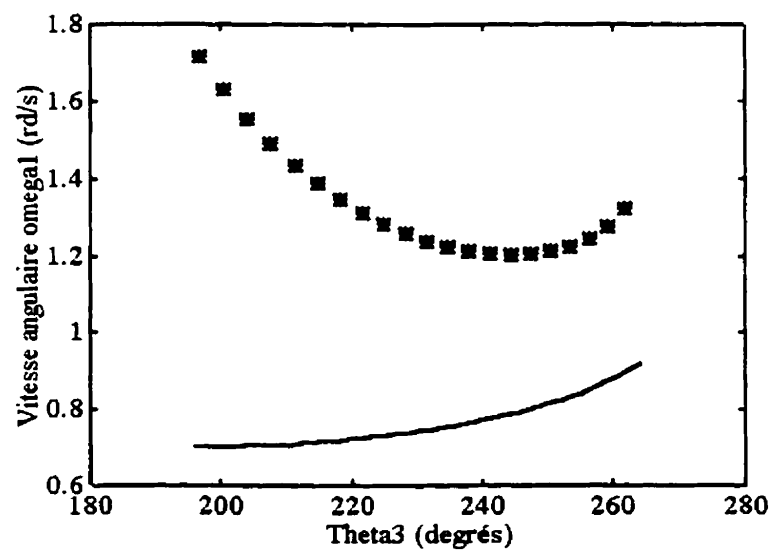


Figure 4.37 : Vitesse angulaire de la membrure entraînée de l'index
(sans système d'entraînement __ ; avec système d'entraînement **)

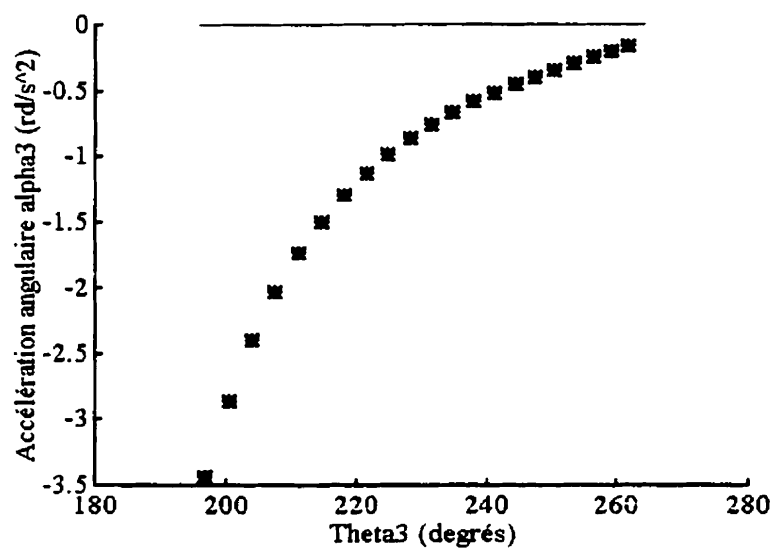


Figure 4.38 : Accélération angulaire de la membrure motrice de l'index
(sans système d'entraînement __ ; avec système d'entraînement **)

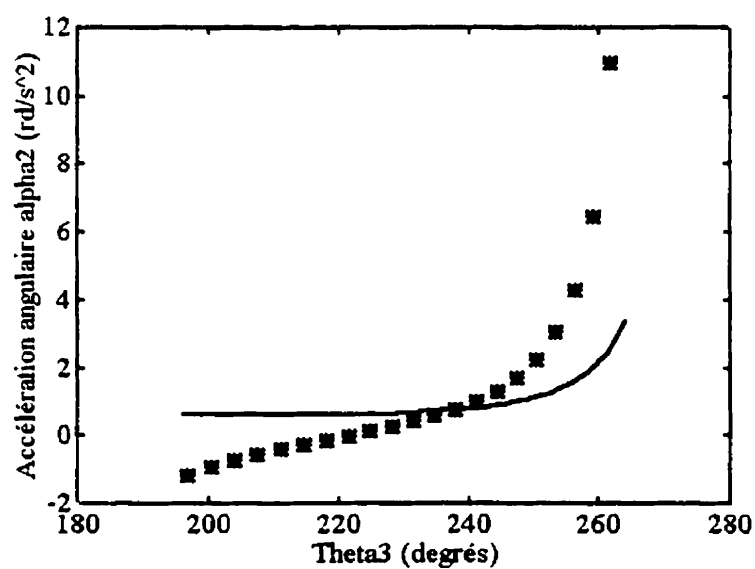


Figure 4.39 : Accélération angulaire de la membrure d'accouplement de l'index
(sans système d'entraînement __ ; avec système d'entraînement **)

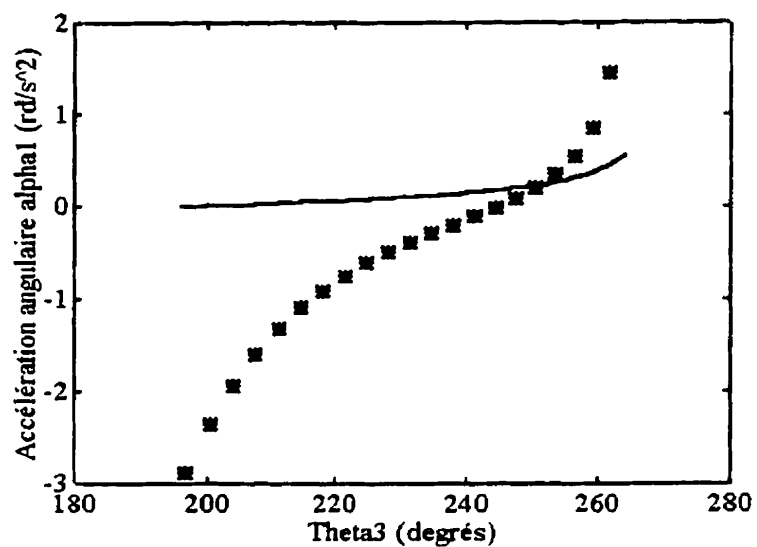


Figure 4.40 : Accélération angulaire de la membrure entraînée de l'index
(sans système d'entraînement __ ; avec système d'entraînement **)

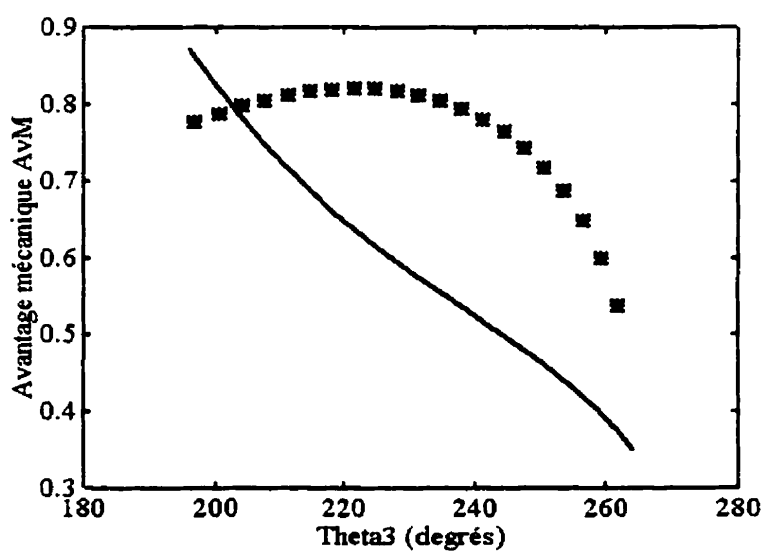


Figure 4.41 : Avantage mécanique du mécanisme de l'index
(sans système d'entraînement __ ; avec système d'entraînement **)

Les figures 4.42 à 4.48 présentent les courbes des vitesses angulaires, des accélérations angulaires et de l'avantage mécanique des mécanismes avec et sans système d'entraînement relatifs au majeur.

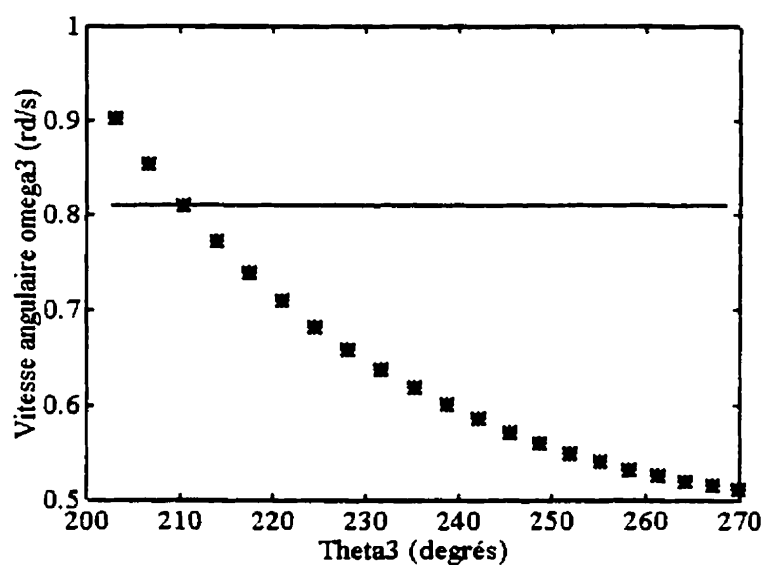


Figure 4.42 : Vitesse angulaire de la membrure motrice du majeur
(sans système d'entraînement __ ; avec système d'entraînement **)

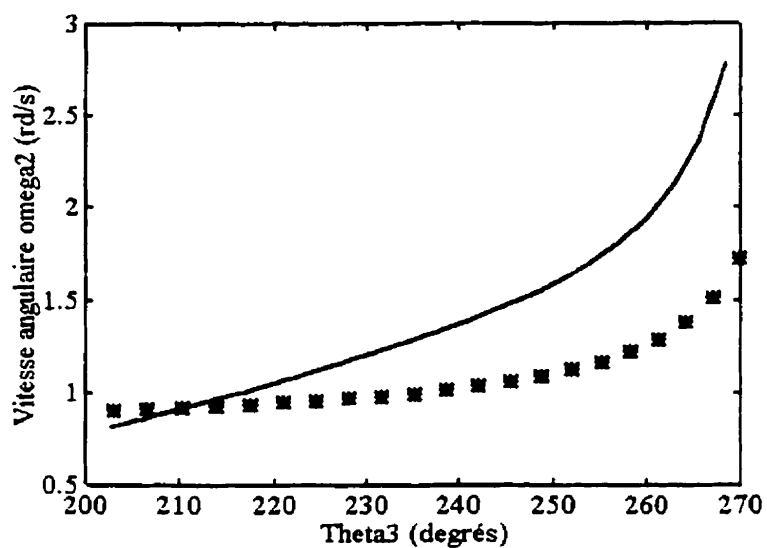


Figure 4.43 : Vitesse angulaire de la membrure d'accouplement du majeur
(sans système d'entraînement __ ; avec système d'entraînement **)

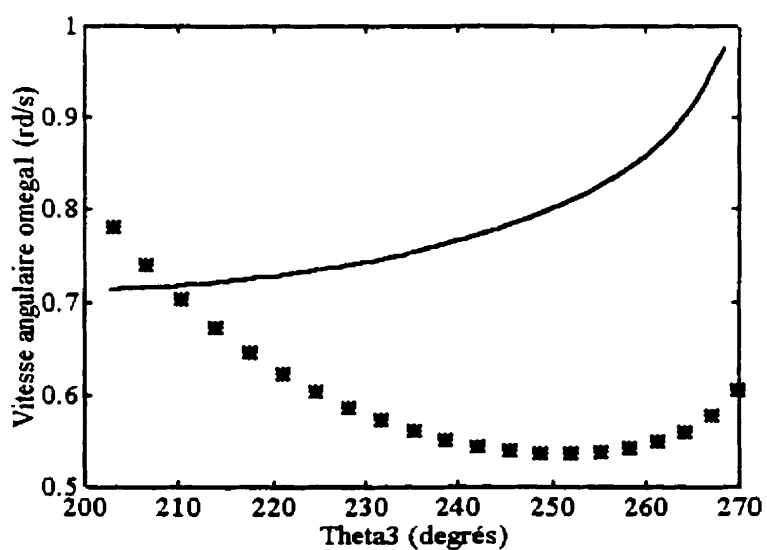


Figure 4.44 : Vitesse angulaire de la membrure entraînée du majeur
(sans système d'entraînement __ ; avec système d'entraînement **)

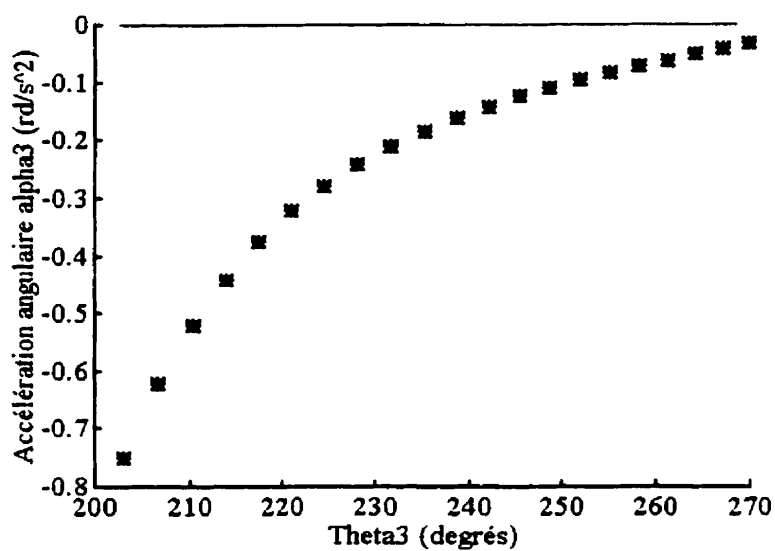


Figure 4.45 : Accélération angulaire de la membrure motrice du majeur
(sans système d'entraînement __ ; avec système d'entraînement **)

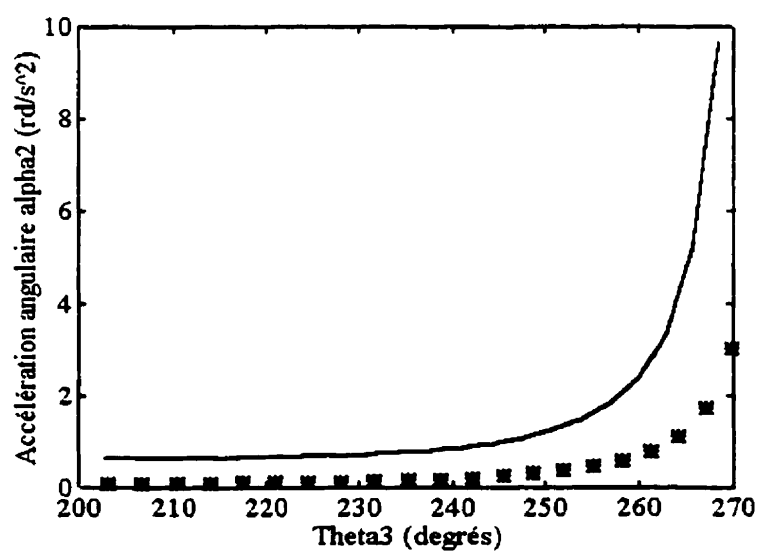


Figure 4.46 : Accélération angulaire de la membrure d'accouplement du majeur
(sans système d'entraînement __ ; avec système d'entraînement **)

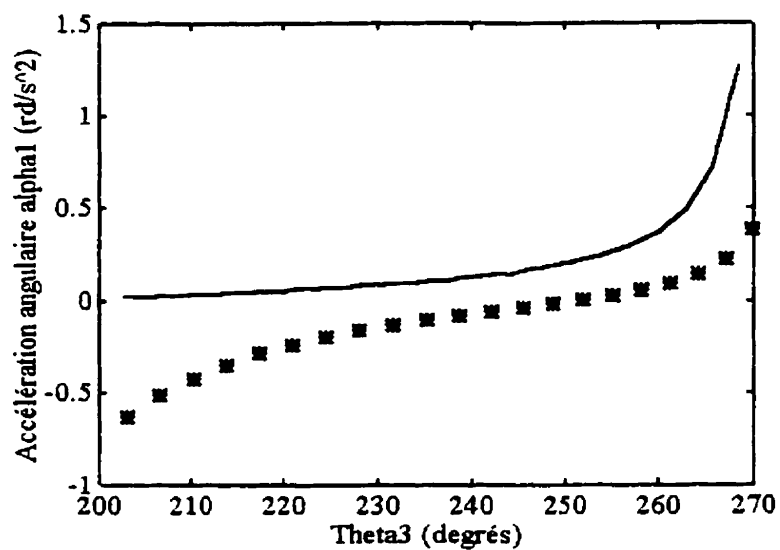


Figure 4.47 : Accélération angulaire de la membrure entraînée du majeur
(sans système d'entraînement __ ; avec système d'entraînement **)

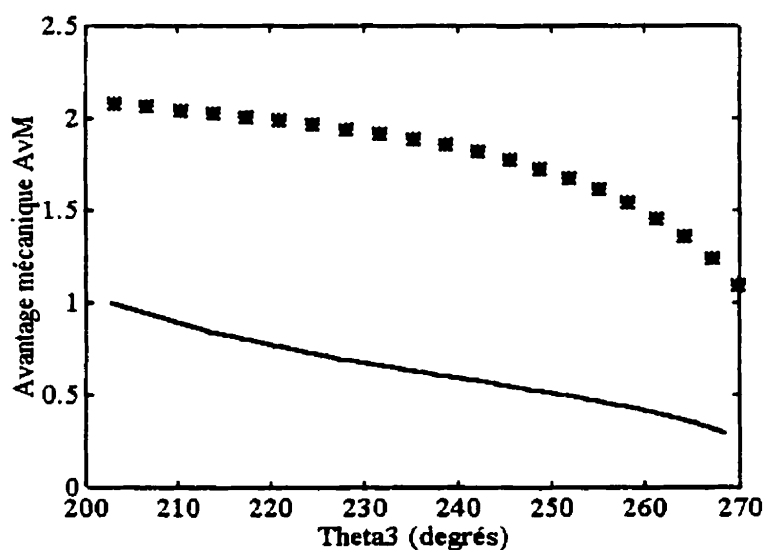


Figure 4.48 : Avantage mécanique du mécanisme du majeur
(sans système d'entraînement __ ; avec système d'entraînement **)

Les figures 4.49 à 4.55 présentent les courbes des vitesses angulaires, des accélérations angulaires et de l'avantage mécanique des mécanismes avec et sans système d'entraînement relatifs à l'annulaire.

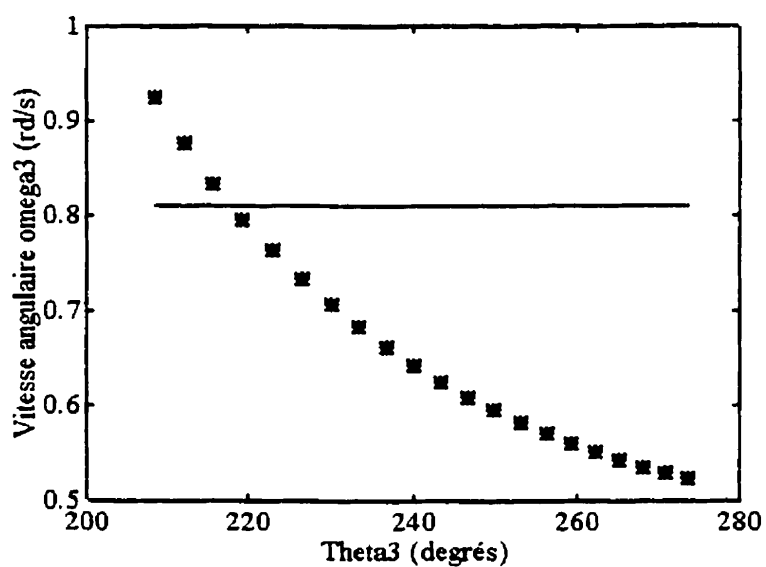


Figure 4.49 : Vitesse angulaire de la membrure motrice de l'annulaire
(sans système d'entraînement __ ; avec système d'entraînement **)

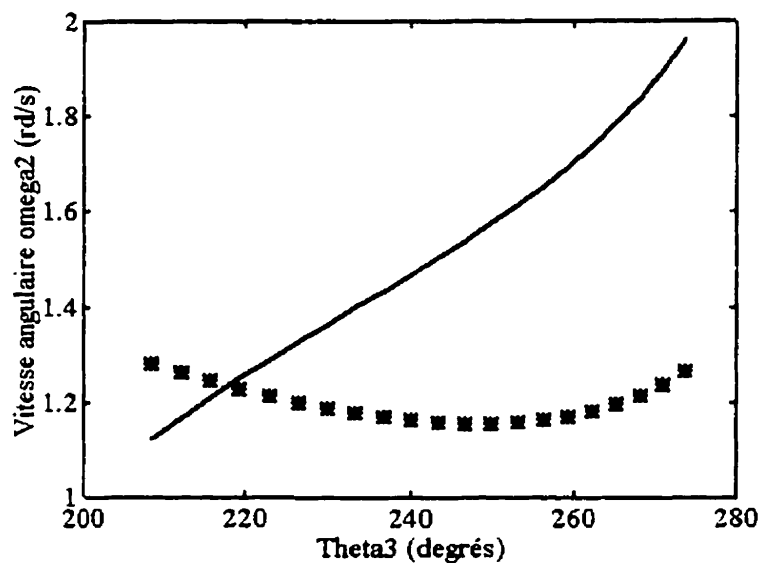


Figure 4.50 : Vitesse angulaire de la membrure d'accouplement de l'annulaire
(sans système d'entraînement __ ; avec système d'entraînement **)

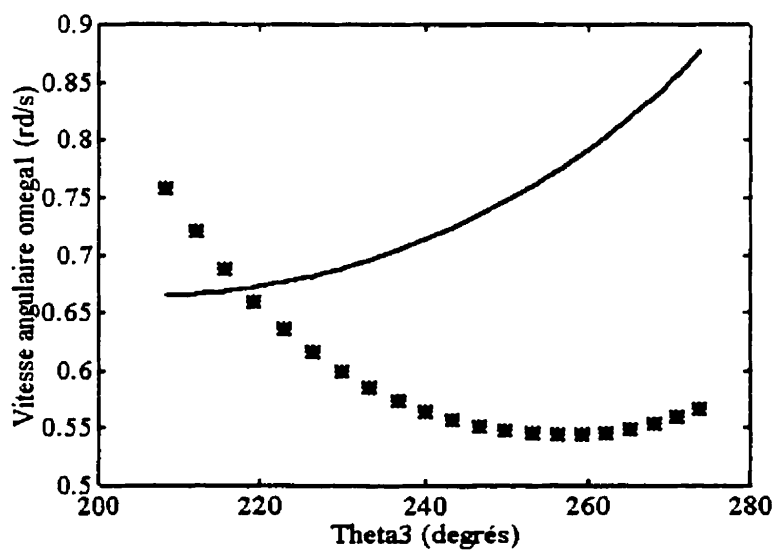


Figure 4.51 : Vitesse angulaire de la membrure entraînée de l'annulaire
(sans système d'entraînement __ ; avec système d'entraînement **)

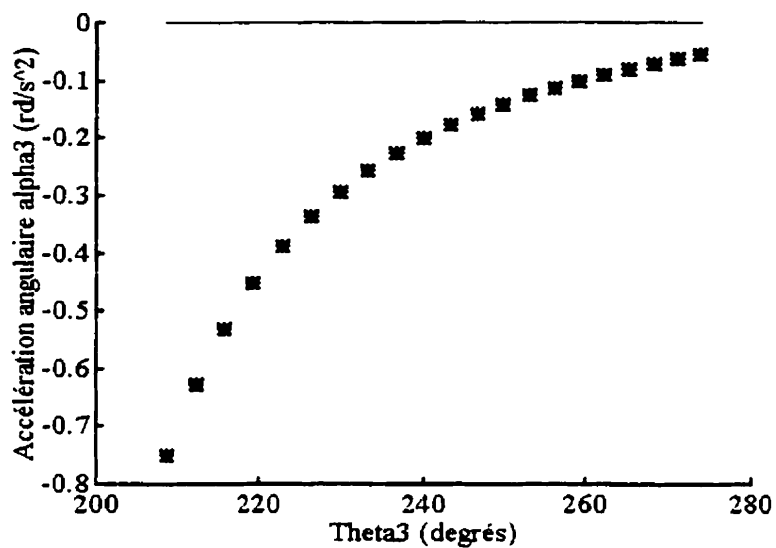


Figure 4.52 : Accélération angulaire de la membrure motrice de l'annulaire
(sans système d'entraînement __ ; avec système d'entraînement **)

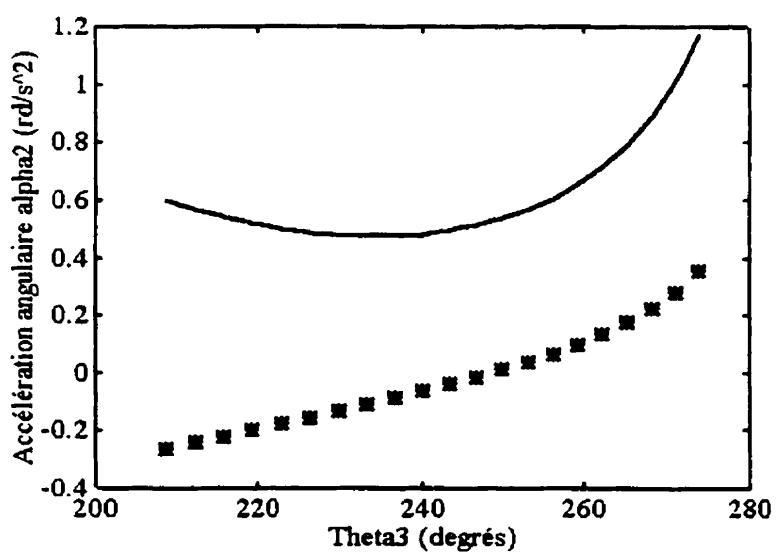


Figure 4.53 : Accélération angulaire de la membrure d'accouplement de l'annulaire
(sans système d'entraînement __ ; avec système d'entraînement **)

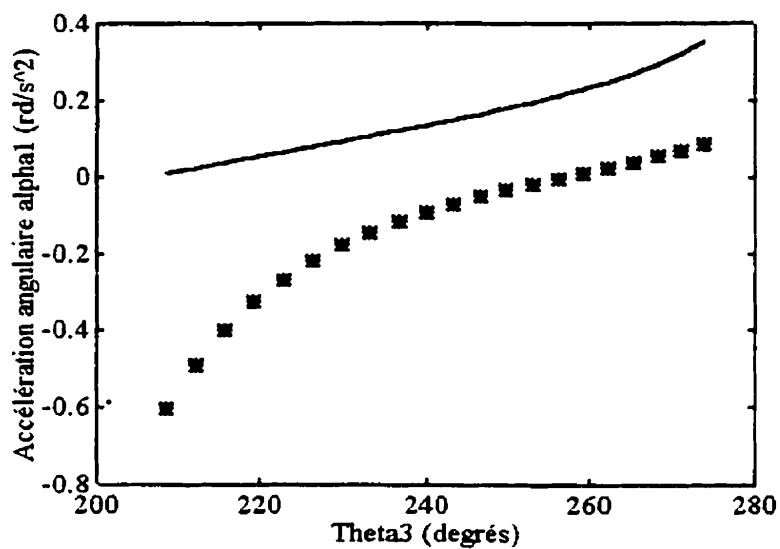


Figure 4.54 : Accélération angulaire de la membrure entraînée de l'annulaire
(sans système d'entraînement — ; avec système d'entraînement **)

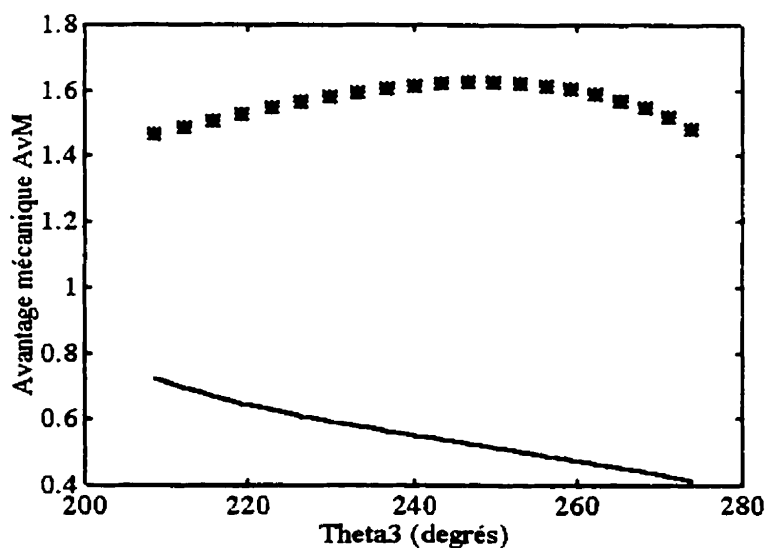


Figure 4.55 : Avantage mécanique du mécanisme de l'annulaire
(sans système d'entraînement — ; avec système d'entraînement **)

Les figures 4.56 à 4.62 présentent les courbes des vitesses angulaires, des accélérations angulaires et de l'avantage mécanique des mécanismes avec et sans système d'entraînement relatifs à l'auriculaire.

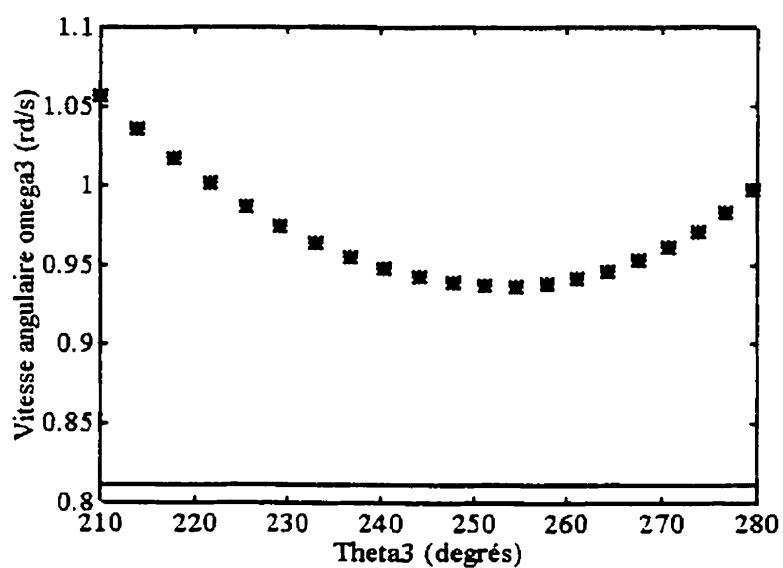


Figure 4.56 : Vitesse angulaire de la membrure motrice de l'auriculaire
(sans système d'entraînement __ ; avec système d'entraînement **)

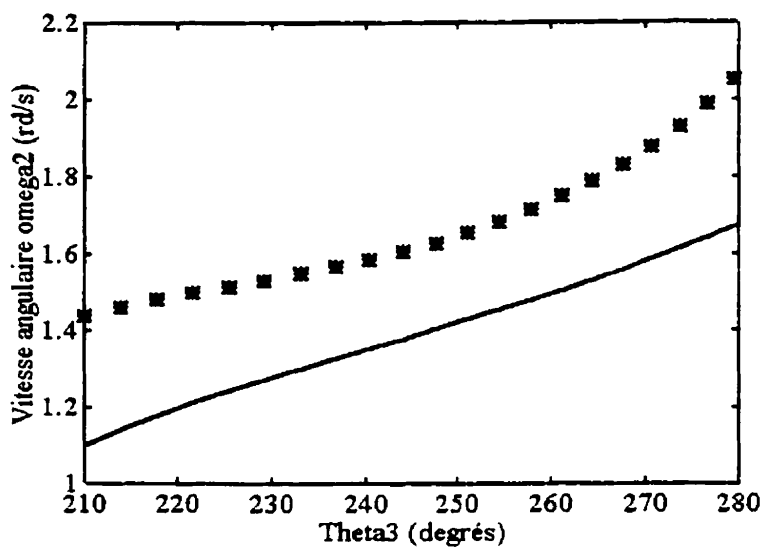


Figure 4.57 : Vitesse angulaire de la membrure d'accouplement de l'auriculaire
(sans système d'entraînement __ ; avec système d'entraînement **)

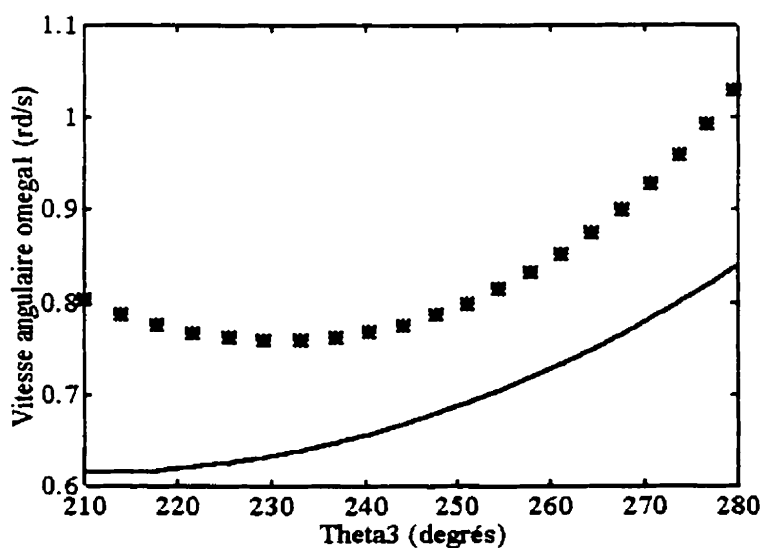


Figure 4.58 : Vitesse angulaire de la membrure entraînée de l'auriculaire
(sans système d'entraînement __ ; avec système d'entraînement **)

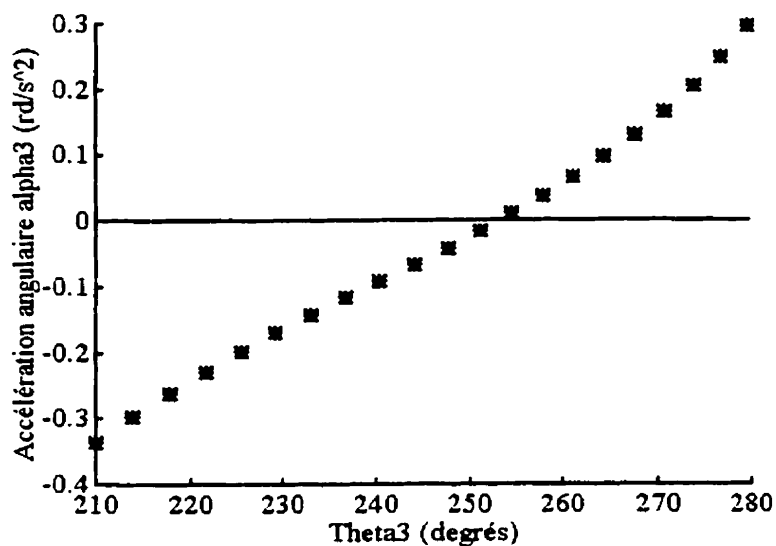


Figure 4.59 : Accélération angulaire de la membrure motrice de l'auriculaire
(sans système d'entraînement __ ; avec système d'entraînement **)

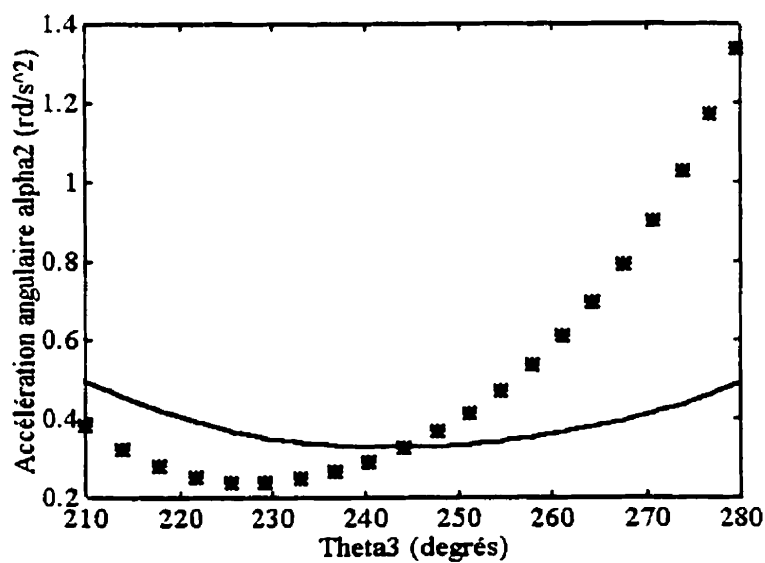


Figure 4.60 : Accélération angulaire de la membrure d'accouplement de l'auriculaire
(sans système d'entraînement __ ; avec système d'entraînement **)

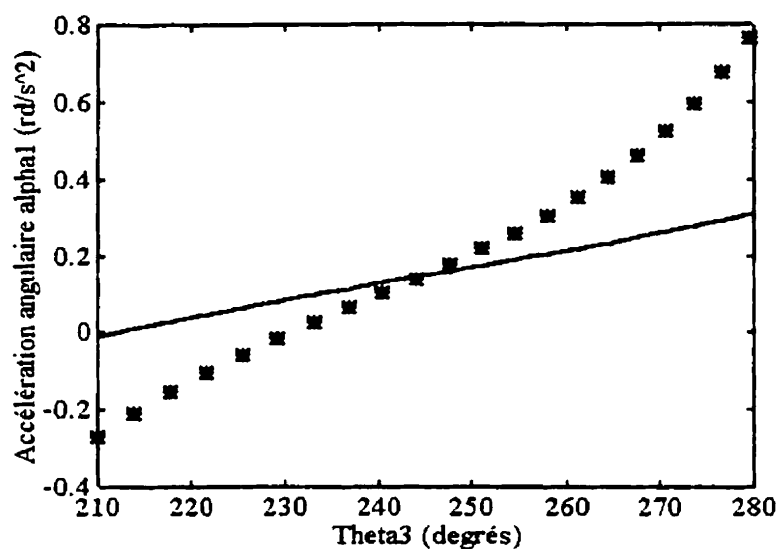


Figure 4.61 : Accélération angulaire de la membrure entraînée de l'auriculaire
(sans système d'entraînement ___ ; avec système d'entraînement **)

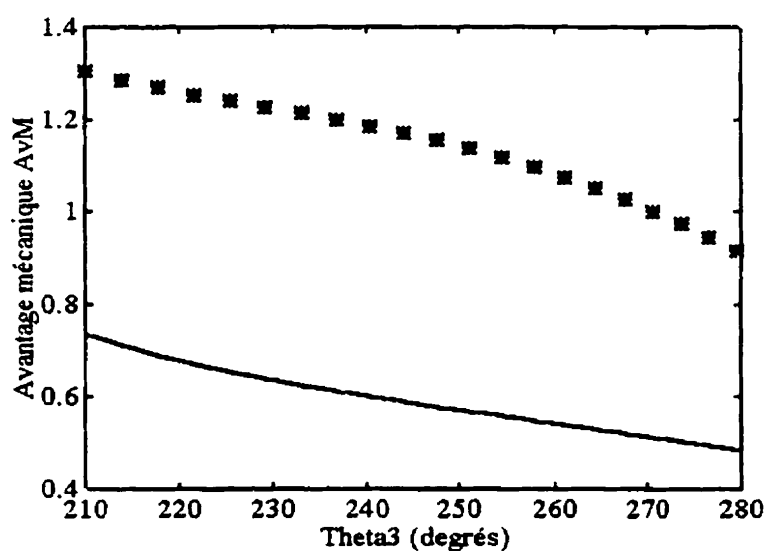


Figure 4.62 : Avantage mécanique du mécanisme de l'auriculaire
(sans système d'entraînement ___ ; avec système d'entraînement **)

Les figures 4.28 à 4.62, servant à comparer les vitesses angulaires, accélérations angulaires et avantages mécaniques des mécanismes optimaux avec ou sans système d'entraînement de chacun des doigts, permettent de mettre en exergue l'impact du système d'entraînement sur les paramètres ci-dessus évoqués. En effet :

- Pour chacun des doigts, l'avantage mécanique du mécanisme avec système d'entraînement s'est grandement amélioré par rapport à celui du mécanisme sans système d'entraînement.
- Pour chacun des mécanismes avec système d'entraînement, la membrure motrice est en générale décélérée pendant tout le cycle de fermeture des doigts.
- Les vitesses angulaires des membrures des mécanismes du majeur et de l'annulaire sont plus faibles que celles obtenues sans système d'entraînement. Les accélérations angulaires y afférentes sont par conséquent plus faibles.
- Les vitesses angulaires des membrures des mécanismes de l'index et de l'auriculaire sont plus grandes que celles obtenues sans système d'entraînement. Les accélérations ou décélérations angulaires y afférentes sont par conséquent plus grandes. Cependant, la vitesse maximale dans tous les cinq mécanismes optimaux avec système d'entraînement est de 0,075m/s comparativement à 0,043m/s obtenue sans système d'entraînement. Ces deux vitesses, comparées à la vitesse maximale de

0,3m/s obtenu dans le mécanisme étudié par Shieh et al (1996), demeurent faibles.

Les accélérations obtenues dans nos mécanismes optimaux sont donc acceptables.

- En ce qui concerne le pouce, la membrure entraînée décélère durant tout le cycle de fermeture tandis que la membrure d'accouplement a une accélération plus faible que celle obtenue sans système d'entraînement.

CONCLUSION

L'optimisation des mécanismes des cinq doigts de la prothèse avec ou sans leurs systèmes d'entraînement montre que chaque doigt a sa spécificité traduite par ses dimensions optimales et les fonctions objectif minimales et qu'il importe d'optimiser tous les doigts au lieu d'un seul comme dans la littérature.

Chacun des cinq critères de performance utilisés a son importance et contribue à améliorer le design de la prothèse de manière à ce que ses doigts passent par des positions prescrites afin de mieux accomplir les fonctions de base traduites par les six modes de préhension que sont les prises cylindrique, digitale, en crochet, tridigitale, sphérique et latérale. Puisque les designs optimaux afférents à ces critères sont différents, la minimisation simultanée de tous ces critères s'avère indispensable et salutaire.

L'erreur mécanique, critère non utilisé dans d'autres travaux de recherche relatifs aux prothèses de la main, permet d'obtenir ici les valeurs optimales des tolérances dimensionnelles sur les membrures et celles des jeux aux joints de manière à éviter une dégradation dans le fonctionnement du mécanisme après son assemblage. L'erreur mécanique, dans le cadre de cette étude, se limite à l'angle θ_2 de la membrure d'accouplement puisque nous avons tenu compte d'un autre critère de performance de même nature permettant d'évaluer l'erreur quadratique moyenne sur le même angle.

La considération du système d'entraînement dans le processus d'optimisation améliore le design optimal des mécanismes de la prothèse. En effet, le couple-moteur maximal et l'énergie consommée optimaux obtenus par cette approche sont inférieurs à ceux relatifs aux mécanismes optimisés sans leurs systèmes d'entraînement. Par ailleurs, ce système a pour effet de diminuer les accélérations angulaires des membrures des mécanismes et d'augmenter l'avantage mécanique desdits mécanismes munis de leurs systèmes d'entraînement.

Compte tenu du fait que chaque doigt participe à l'amélioration du design de la prothèse, il importe, pour des travaux ultérieurs, d'intégrer simultanément tous les cinq doigts et leurs systèmes d'entraînement dans le processus d'analyse. Cette contribution tient compte de l'unité structurale qu'est une main naturelle et améliore ainsi le design optimal des prothèses en leur procurant une configuration se rapprochant de celle des mains naturelles lors de l'accomplissement des six principaux modes de préhension. En effet, dans ce nouveau contexte, les doigts et le pouce sont entraînés simultanément comme ils le sont dans la littérature, mais ils doivent être positionnés relativement les uns par rapport aux autres de façon optimale. Le diamètre de l'arbre obtenu par cette approche serait plus réaliste et tiendrait compte du couple moteur total qui le sollicite.

Par ailleurs, il serait intéressant, pour d'autres travaux futurs, de remplacer le mécanisme à quatre membrures muni de son système d'entraînement par un mécanisme à six membrures afin de savoir s'il est possible d'améliorer les performances avec un tel

concept de mécanisme. L'avantage mécanique pourrait, pour un tel mécanisme, être considéré comme un des critères de performance à optimiser.

Enfin, il importe d'étudier l'impact de l'utilisation d'une membrure motrice flexible dans les mécanismes. De tels mécanismes amélioreraient grandement le design des prothèses de la main. En effet, la flexibilité d'une telle membrure permettrait à certains doigts de continuer à fléchir pendant que d'autres ont terminé leur course angulaire.

BIBLIOGRAPHIE

ABEL, J., HOLZMANN, W. et McCARTHY, J. (1985). On grasping planar objects with two articulated fingers. IEEE Trans. Robotics and Automation, **4**, 1, 211-214.

ANGELES, J. et BERNIER, A. (1987). Global least-square optimization of function-generating linkages. Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, **109**, 2, 204-209.

BAZERGUI, A., BUI-QUOC, T., BIRON, A., McINTYRE, G. et LABERGE, C. (1985). Résistance des matériaux. Éditions de l'École Polytechnique de Montréal.

BEKEY, G.A., TOMOVIC, R. et ZELJKOVIC, I. (1990). Control architecture for Belgrade/USC Hand. In Dextrous Robot Hands (Eds S. T. Venk-ataraman and T. Iberall), 136-149 (Springer-Verlag, New York).

BENNER, M.M. et ERDMAN, A.G. (1992). Tolerance synthesis method for an industrial crank-rocker application. Mechanism Design and Synthesis ASME, DE, **46**, 463-473.

CESARI, L. (1983). Optimization Theory and Applications : Problems with Ordinary Differential Equations. Springer-Verlag, New York.

CHENG, F. et ORIN, D. (1990). Efficient algorithm for optimal force distribution-the compact-dual LP method. IEEE Trans. Robotics and Automation, 2, 6, 178-187.

CHUANG, S.H. et CHIANG, C.H. (1987). Fifth order synthesis of plane four-bar function generators optimized by varying scale factors. Mechanism & Machine Theory, 22, 1, 55-63.

COSSALTER, V., DORIA, A., PASINI, M. et SCATTOLO, C. (1992). Simple numerical approach for optimum synthesis of a class of planar mechanisms. Mechanism & Machine Theory, 27, 3, 357-366.

CUTKOSKY, M.R. (1989). On grasp choice, grasp models, and the design of hands for manufacturing tasks. IEEE Trans. Robotics and Automation, 3, 5, 269-279.

DEMMELE, J. et LAFFERIERE, G. (1989). Optimal three finger grasps. Proceedings of the 1989 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2, 936-942.

DHINGRA, A.K. et RAO, S.S. (1991). Integrated kinematic-kinetostatic approach to optimal design of planar mechanisms using fuzzy theories. Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, 113, 3, 306-311.

DROUTIN, G., GOU, M., THIRY, P. et VINET, R. (1986). Éléments de machines. Éditions de l'École Polytechnique de Montréal.

GAUVIN, J. (1995). Leçons de programmation mathématique. Éditions de l'École Polytechnique de Montréal.

GERO, S.J. (1985). Design optimization. Academic Press, inc., USA.

GOSSELIN, C. et ANGELES, J. (1989). Optimization of planar and spherical function generators as minimum-defect linkages. Mechanism & Machine Theory, 24, 4, 293-307.

GRACE, A. (1994). Optimization Toolbox For Use with Matlab, User's Guide. The Math Works Inc.

GREWAL, P.S. et NEWCOMBE, W.R. (1985). Optimal synthesis of planar four-bar linkages for general path and position requirements. Publ by Japan Soc of Precision Engineers, 373-378.

GUO, G., LEE, T.T., GRUVER, W.A. et ZHANG, J. (1990). Design of a planar multijointed prosthetic finger mechanism. Proceedings of the Twenty-first ASME Mechanisms Conference, DE, 26, 165-170.

GUO, G., GRUVER, W.A. et JIN, K. (1992). Grasp planning for multifingered robot hands. Proceedings of the 1992 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Nice, France, 3, 2284-2289.

GUO, G., GRUVER, W.A. et QIAN, X.A. (1992). A new design for a dextrous robotic hand mechanism. IEEE Control Systems Mag., 4, 12, 35-38.

GUO, G., GRUVER, W.A. et ZHANG, Q. (1992). Optimal grasps for planar multifingered robot hands. IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics, 1, 22, 193-198.

GUO, G., QIAN, X. et GRUVER, W.A. (1992). A single-DOF multi-function prosthetic hand mechanism with automatically variable speed transmission. Proceedings of the Twenty-second ASME Mechanisms Conference, DE, 45, 149-154.

GUO, G., ZHANG, J. et GRUVER, W. A. (1993). Optimal design of a six-bar linkage with one degree of freedom for an anthropomorphic three-jointed finger mechanism. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part H: Journal of Engineering in Medicine, 207, 3, 185-190.

HAUG., E.J. et ARORA, J.S. (1979). Applied Optimal Design. John Wiley & Sons, Inc.

HAUGEN, E.B. (1980). Probabilistic Mechanical Design. John Wiley & Sons, Inc. New York.

HOWELL, L.L., RAO, S.S. et MIDHA, A. (1994). Reliability-based optimal design of a bistable compliant mechanism. Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME, 116, 4, 1115-1121.

JACOBSEN, S.C., WOOD, J.E., KNUTTI, D.F. et BIGGERS, K.B. (1984). The Utah/MIT Dextrous Hand: Work in Progress. International Journal of Robotics Research, 3, 4, 21-49.

KACACHIOS, A.J. et TRICAMO, S.J. (1983). Optimal kinematic synthesis of four bar mechanisms with minimax structural error. Proceedings of the Sixth World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms, 1, Publ by Halsted Press, NY, USA, 81-84.

KAPANDJI, I. A. (1982). The physiology of the joints : Annotated diagrams of the mechanics of the human joints. Translated by Honore, L. H. Fifth edition, 1, Upper Limb, Churchill Livingstone.

KERR, J. et ROTH, B. (1986). Analysis of multifingered hands. Int. J. Robotics Res, 4, 4, 3-17.

KULKARNI, S.V. et KHAN, R.A. (1983). Synthesis of a four-bar mechanism with optimum transmission angle. Proceedings of the Sixth World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms, 1, Publ by Halsted Press, NY, USA, 94-97.

KUMAR, V. et WALDRON, K.J. (1988). Force distribution in closed kinematic chains. IEEE Trans. Robotics and Automation, 6, 4, 657-664.

LAKIS, A.A. (1988). Mécanismes et dynamique des machines. Notes de cours, Éditions de l'École Polytechnique de Montréal.

LEE, M., ERDMAN, A.G. et FAIK, S. (1992). Generalized Performance sensitivity synthesis methodology for four-bar mechanisms. Mechanism Design and Synthesis ASME, DE, 46, 1-4.

LEE, S.J., GILMORE, B.J. et OGOT, M.M. (1993). Dimensional tolerance allocation of stochastic dynamic mechanical systems through Performance and sensitivity analysis. Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME, 115, 3, 392-402.

LIU, Z. et ANGELES, J. (1992). Least-square optimization of planar and spherical four-bar function generator under mobility constraints. Journal of Mechanical Design - Transactions of the ASME, 114, 4, 569-573.

MABIE, H.H. et REINHOLTZ, C.F. (1987). Mechanisms and Dynamics of Machinery. John Wiley & Sons, Inc., fourth edition.

MALLIK, A.K. et DHANDE S.G. (1987). Analysis and synthesis of mechanical error in path-generating linkages using a stochastic approach. Mechanism & Machine Theory, 22, 2, 115-123.

MCGARVA, J.R. (1995). Non-uniform motion by mechanical means. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture, 209, B4, 295-303.

MISCHKE, C.R. (1992). Some stochastic Mechanical Design Applications. Journal of Mechanical Design, 114, 42-47.

NAPIER, J. (1956). The prehensile movements of the human hand. J. Bone Joint Surgery, 38B,4, 902-913.

NGALE HAULIN, E., LAKIS, A.A. et VINET, R. (1998). Performance et optimisation d'un mécanisme à quatre membrures. Proceedings of the CSME Forum 1998, 4, Ryerson Polytechnic University, Toronto, Canada, 492-498.

NGALE HAULIN, E. et VINET, R. (1998). Impact des tolérances dimensionnelles sur l'optimisation d'un mécanisme à quatre membrures utilisé dans une prothèse multifonctionnelle de la main. Proceedings of the CSME Forum 1998, 3, Ryerson Polytechnic University, Toronto, Canada, 96-103.

NGALE HAULIN, E., VINET, R. et KLIM, Z. (1998). Influence du matériau et de la fiabilité sur le design optimal des éléments de machines. Proceedings of the CSME Forum 1998, 3, Ryerson Polytechnic University, Toronto, Canada, 86-95.

NORTON, R.L. (1992). Design of Machinery : An Introduction to the synthesis and Analysis of Mechanisms and Machines. McGraw-Hill, Inc.

OGOT, M.M. et ALAG, S. (1993). Stochastic methodology for the optimal analytical synthesis of planar mechanisms. Advances in Design Automation ASME, DE, 65, 1, 449-458.

PELLETIER, M. et VINET, R. (1985). Les prothèses de la main. Recherche bibliographique, EPM/RT-85-28, École Polytechnique de Montréal.

RAKIC, M. (1989). Multifingered robot hand with selfadaptability. Robotics and Computer-Integrated Mfg, 2, 5, 269-276.

REKLAITIS, G.V., RAVINDRAN, A. et RAGSDELL, K.M. (1983). Engineering Optimization : Methods and Applications. John Wiley & Sons, Inc.

RHYU, J.H. et KWAK, B.M. (1988). Optimal stochastic design of four-bar mechanisms for tolerance and clearance. Journal of MECHANISMS, Transmissions, and Automation in Design, 110, 3, 255-262.

RIGELMAN, G.A. et KRAMER, S.N. (1988). Computer-aided design technique for the synthesis of planar four bar mechanisms satisfying specified kinematic and dynamic conditions. Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, 110, 3, 263-268.

SAKAMOTO, Y., FUNABASHI, H., HORIE, M. et OGAWA, K. (1990). Synthesis of planar mechanisms with pairs of optimum tolerances. JSME International Journal, Series 3 : Vibration, Control Engineering, Engineering for Industry, 33, 2, 139-144.

SALISBURY, J.K. et CRAIG, J.J. (1982). Articulated hands : force control and kinematic issues. Int. J. Robotics Res., 1, 1, 4-17.

SANDGREN, E. (1990). Multi-objective design tree approach for the optimization of mechanisms. Mechanism & Machine Theory, 25, 3, 257-272.

SHIEH, W.B., TSAI, L.-W., AZARM, S. & TITS, A.L. (1996). Multiobjective optimization of a leg mechanism with various spring configurations for force reduction. Journal of Mechanical Design, 118, 179-185.

STATNIKOV, B.R. (1995). Multicriteria optimization and engineering. Chapman & Hall, a division of International Thomson Publishing Inc., USA.

SUKHIJA, R.P. et RAO, A.C. (1986). Mechanical error synthesis of path generating mechanisms using reliability index. Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineers, 10, 2, 85-90.

TOMOVIC, R., BEKEY, G.A. et KARPLUS, W.J. (1987). A strategy for grasp synthesis with multifingered robot hand. Proceedings of IEEE Conference on Robotics and Automation, Raleigh, NC, 83-89.

VINET, R., LOZAC'H, Y., BEAUDRY, N. et DROUTIN, G. (1995). Design methodology for a multifunctional hand prosthesis. Journal of Rehabilitation Research and Development, 32, 4, 316-324.

YIN, Z.W. et WU, J.K. (1990). Optimal synthesis of linkages considering structural error and clearances. ASME, DE, 25, 295-299.

YOSHIKAZU, S., HIROTAKA, N. et TETSUZO, T. (1985). Theory of Multiobjective Optimization. Academic Press, Inc. Japan.

YUE-QING, Y. (1993). Optimum design of the RSS'R flexible space mechanism via multiplier techniques. Mechanism and Machine Theory, 28, 5, 625-630.

ZANGANEH, K.E. et ANGELES, J. (1994). On the optimum design of planar and spherical drag-link mechanisms. 23rd Biennial Mechanisms Conference ASME, DE, 70, 1, 183-190.

ZDZISLAW, K. (1994). Fiabilité et maintenabilité des systèmes mécaniques. Notes de cours, Éditions de l'École Polytechnique de Montréal.

ANNEXE I

SYNTHÈSE DU MÉCANISME CONNAISSANT "N" POSITIONS OUTPUT ET "N" POSITIONS DE LA MEMBRURE DE JONCTION

A1.1 Synthèse du mécanisme

En prenant le plan palmaire comme référence et en conservant le sens horaire des angles, l'équation vectorielle du mécanisme de la figure 2.3 pour une position i est :

$$R_{1i} + R_{2i} + R_{3i} - R_4 = 0, \text{ avec } R_{xi} = r_x e^{j\theta_{xi}} = r_x [\cos\theta_{xi} + j\sin\theta_{xi}] \quad (A1.1)$$

$$\text{Par conséquent, on obtient : } \begin{cases} r_1 \cos\theta_{1i} + r_2 \cos\theta_{2i} + r_3 \cos\theta_{3i} - r_4 \cos\theta_4 = 0 \\ r_1 \sin\theta_{1i} + r_2 \sin\theta_{2i} + r_3 \sin\theta_{3i} - r_4 \sin\theta_4 = 0 \end{cases} \quad (A1.2)$$

En éliminant θ_{3i} de l'équation vectorielle, on peut obtenir une relation entre θ_{1i} et θ_{2i} .

$$\text{On a donc : } \begin{cases} r_3 \cos\theta_{3i} = r_4 \cos\theta_4 - r_1 \cos\theta_{1i} - r_2 \cos\theta_{2i} \\ r_3 \sin\theta_{3i} = r_4 \sin\theta_4 - r_1 \sin\theta_{1i} - r_2 \sin\theta_{2i} \end{cases} \quad (A1.3)$$

En élevant ces deux équations au carré et en les additionnant, on a :

$$\begin{aligned} r_3^2 &= r_4^2 + [r_1^2 \cos^2 \theta_{1i} + 2r_1 r_2 \cos\theta_{1i} \cos\theta_{2i} + r_2^2 \cos^2 \theta_{2i}] - 2r_4 \cos\theta_4 [r_1 \cos\theta_{1i} + r_2 \cos\theta_{2i}] \\ &\quad + [r_1^2 \sin^2 \theta_{1i} + 2r_1 r_2 \sin\theta_{1i} \sin\theta_{2i} + r_2^2 \sin^2 \theta_{2i}] - 2r_4 \sin\theta_4 [r_1 \sin\theta_{1i} + r_2 \sin\theta_{2i}] \\ r_3^2 &= r_4^2 + r_1^2 + r_2^2 + 2r_1 r_2 \cos(\theta_{1i} - \theta_{2i}) - 2r_4 r_1 \cos(\theta_{1i} - \theta_4) - 2r_4 r_2 \cos(\theta_{2i} - \theta_4) \end{aligned}$$

en divisant cette relation par $2r_1 r_2$, on obtient l'équation de Freudenstein suivante :

$$k_1 \cos(\theta_{1i} - \theta_4) + k_2 \cos(\theta_{2i} - \theta_4) - k_3 = \cos(\theta_{1i} - \theta_{2i}) \quad (A1.4)$$

$$\text{avec } k_1 = \frac{r_4}{r_2}; k_2 = \frac{r_4}{r_1}; k_3 = \frac{r_1^2 + r_2^2 - r_3^2 + r_4^2}{2r_1 r_2} \quad (A1.5)$$

Connaissant n valeurs de θ_1 et n valeurs de θ_2 et en appliquant la technique des moindres carrés à l'équation de Freudenstein traduite par la relation (A1.4), on peut

$$\text{définir : } D = \sum_{i=1}^n [k_1 \cos(\theta_{1i} - \theta_4) + k_2 \cos(\theta_{2i} - \theta_4) - k_3 - \cos(\theta_{1i} - \theta_{2i})]^2 \quad (\text{Lakis, 1988}). \quad (\text{A1.6})$$

Pour obtenir l'erreur minimale entre la valeur désirée et celle réellement obtenue de l'angle de la membrure d'accouplement, nous assumons les relations suivantes :

$\frac{\partial D}{\partial k_1} = 0$; $\frac{\partial D}{\partial k_2} = 0$; $\frac{\partial D}{\partial k_3} = 0$. Ces relations donnent lieu au système (A1.7) suivant :

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \cos^2(\theta_{1i} - \theta_4) & \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{2i} - \theta_4) \cos(\theta_{1i} - \theta_4) & - \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{1i} - \theta_4) \\ \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{1i} - \theta_4) \cos(\theta_{2i} - \theta_4) & \sum_{i=1}^n \cos^2(\theta_{2i} - \theta_4) & - \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{2i} - \theta_4) \\ \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{1i} - \theta_4) & \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{2i} - \theta_4) & - n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{1i} - \theta_{2i}) \cos(\theta_{1i} - \theta_4) \\ \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{1i} - \theta_{2i}) \cos(\theta_{2i} - \theta_4) \\ \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{1i} - \theta_{2i}) \end{Bmatrix}$$

En utilisant la règle de Cramer, nous obtenons : $k_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}$; $k_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}$; $k_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta}$ et connaissant r_1 , on calcule ensuite r_4 , r_2 et r_3 à l'aide de l'équation (A1.5). En outre, on a :

$$\Delta = \begin{vmatrix} \sum_{i=1}^n \cos^2(\theta_{1i} - \theta_4) & \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{2i} - \theta_4) \cos(\theta_{1i} - \theta_4) & - \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{1i} - \theta_4) \\ \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{1i} - \theta_4) \cos(\theta_{2i} - \theta_4) & \sum_{i=1}^n \cos^2(\theta_{2i} - \theta_4) & - \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{2i} - \theta_4) \\ \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{1i} - \theta_4) & \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{2i} - \theta_4) & - n \end{vmatrix} \quad (\text{A1.8})$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{1i} - \theta_{2i}) \cos(\theta_{1i} - \theta_4) & \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{2i} - \theta_4) \cos(\theta_{1i} - \theta_4) & - \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{1i} - \theta_4) \\ \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{1i} - \theta_{2i}) \cos(\theta_{2i} - \theta_4) & \sum_{i=1}^n \cos^2(\theta_{2i} - \theta_4) & - \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{2i} - \theta_4) \\ \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{2i} - \theta_{2i}) & \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{2i} - \theta_4) & - n \end{vmatrix} \quad (\text{A1.9})$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} \sum_{i=1}^n \cos^2(\theta_{1i} - \theta_4) & \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{1i} - \theta_{2i}) \cos(\theta_{1i} - \theta_4) & - \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{1i} - \theta_4) \\ \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{1i} - \theta_4) \cos(\theta_{2i} - \theta_4) & \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{1i} - \theta_{2i}) \cos(\theta_{2i} - \theta_4) & - \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{2i} - \theta_4) \\ \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{1i} - \theta_4) & \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{1i} - \theta_{2i}) & - n \end{vmatrix} \quad (A1.10)$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} \sum_{i=1}^n \cos^2(\theta_{1i} - \theta_4) & \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{2i} - \theta_4) \cos(\theta_{1i} - \theta_4) & \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{1i} - \theta_{2i}) \cos(\theta_{1i} - \theta_4) \\ \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{1i} - \theta_4) \cos(\theta_{2i} - \theta_4) & \sum_{i=1}^n \cos^2(\theta_{2i} - \theta_4) & \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{1i} - \theta_{2i}) \cos(\theta_{2i} - \theta_4) \\ \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{1i} - \theta_4) & \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{2i} - \theta_4) & \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{1i} - \theta_{2i}) \end{vmatrix} \quad (A1.11)$$

A1.2 Calcul des angles du mécanisme pour un TP1_i donné

Sachant que :

- $k_1 \cos(\theta_{1i} - \theta_4) + k_2 (\cos \theta_{2i} \cos \theta_4 + \sin \theta_{2i} \sin \theta_4) - k_3 = \cos \theta_{1i} \cos \theta_{2i} + \sin \theta_{1i} \sin \theta_{2i}$
- $\sin \theta_{2i} = \frac{2 \tan\left(\frac{\theta_{2i}}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{\theta_{2i}}{2}\right)} ; \quad \cos \theta_{2i} = \frac{1 - \tan^2\left(\frac{\theta_{2i}}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{\theta_{2i}}{2}\right)} ;$

on obtient l'équation suivante :

$$k_1 \cos(\theta_{1i} - \theta_4) + \cos \theta_{2i} (k_2 \cos \theta_4 - \cos \theta_{1i}) + \sin \theta_{2i} (k_2 \sin \theta_4 - \sin \theta_{1i}) - k_3 = 0$$

$$\Leftrightarrow k_1 \cos(\theta_{1i} - \theta_4) + \frac{1 - \tan^2\left(\frac{\theta_{2i}}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{\theta_{2i}}{2}\right)} (k_2 \cos \theta_4 - \cos \theta_{1i}) + \frac{2 \tan\left(\frac{\theta_{2i}}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{\theta_{2i}}{2}\right)} (k_2 \sin \theta_4 - \sin \theta_{1i}) - k_3 = 0$$

En réduisant cette dernière équation au même dénominateur, on obtient :

$$A \tan^2\left(\frac{\theta_{2i}}{2}\right) + B \tan\left(\frac{\theta_{2i}}{2}\right) + C = 0 \quad (A1.12)$$

$$\text{avec } \begin{cases} A = k_1 \cos(\theta_{1i} - \theta_4) - k_2 \cos\theta_4 - k_3 + \cos\theta_{1i} \\ B = 2(k_2 \sin\theta_4 - \sin\theta_{1i}) \\ C = k_1 \cos(\theta_{1i} - \theta_4) + k_2 \cos\theta_4 - k_3 - \cos\theta_{1i} \end{cases} \quad (\text{A1.13})$$

Cette équation du second degré a pour solutions : $\tan\left(\frac{\theta_{2i}}{2}\right) = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$ et par conséquent

$$\theta_{2i} = 2 \arctan\left(\frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}\right), \quad (\text{A1.14})$$

Les deux solutions possibles peuvent être de trois types : réelles et égales, réelles et inégales ou complexes conjuguées. Les solutions couramment utilisées dans la synthèse des mécanismes sont celles qui sont réelles et inégales et pour lesquelles $B^2 - 4AC > 0$.

Puisqu'il s'agit d'un mécanisme à quatre membrures entrecroisées, la solution unique est : $\theta_{2i} = 2 \arctan\left(\frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}\right)$ (Norton, 1992).

(A1.15)

Pour calculer θ_{3i} , il convient d'éliminer θ_{2i} de l'équation vectorielle. On obtient donc :

$$\begin{cases} r_2 \cos\theta_{2i} = r_4 \cos\theta_4 - r_1 \cos\theta_{1i} - r_3 \cos\theta_{3i} \\ r_2 \sin\theta_{2i} = r_4 \sin\theta_4 - r_1 \sin\theta_{1i} - r_3 \sin\theta_{3i} \end{cases} \quad (\text{A1.16})$$

En élevant ces deux équations au carré et en les additionnant, on a :

$$\begin{aligned} r_2^2 &= r_4^2 + [r_1^2 \cos^2\theta_{1i} + 2r_1r_3 \cos\theta_{1i} \cos\theta_{3i} + r_3^2 \cos^2\theta_{3i}] - 2r_4 \cos\theta_4 [r_1 \cos\theta_{1i} + r_3 \cos\theta_{3i}] \\ &\quad + [r_1^2 \sin^2\theta_{1i} + 2r_1r_3 \sin\theta_{1i} \sin\theta_{3i} + r_3^2 \sin^2\theta_{3i}] - 2r_4 \sin\theta_4 [r_1 \sin\theta_{1i} + r_3 \sin\theta_{3i}] \\ r_2^2 &= r_4^2 + r_1^2 + r_3^2 + 2r_1r_3 \cos(\theta_{1i} - \theta_{3i}) - 2r_4r_1 \cos(\theta_{1i} - \theta_4) - 2r_4r_3 \cos(\theta_{3i} - \theta_4) \end{aligned}$$

en divisant cette relation par $2r_1r_3$, on a :

$$k_2 \cos(\theta_{3i} - \theta_4) + k_4 \cos(\theta_{1i} - \theta_4) - k_5 = \cos(\theta_{1i} - \theta_{3i}) \quad (\text{A1.17})$$

$$k_2 (\cos \theta_{3i} \cos \theta_4 + \sin \theta_{3i} \sin \theta_4) + k_4 \cos(\theta_{1i} - \theta_4) - k_5 - \cos \theta_{1i} \cos \theta_{3i} - \sin \theta_{1i} \sin \theta_{3i} = 0$$

avec $k_2 = \frac{r_4}{r_1}$; $k_4 = \frac{r_4}{r_3}$; $k_5 = \frac{r_1^2 - r_2^2 + r_3^2 + r_4^2}{2r_1 r_3}$ (A1.18)

$$\text{sachant que } \sin \theta_{3i} = \frac{2 \tan\left(\frac{\theta_{3i}}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{\theta_{3i}}{2}\right)} \quad \text{et} \quad \cos \theta_{3i} = \frac{1 - \tan^2\left(\frac{\theta_{3i}}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{\theta_{3i}}{2}\right)}, \text{ on a :}$$

$$k_4 \cos(\theta_{1i} - \theta_4) + \frac{1 - \tan^2\left(\frac{\theta_{3i}}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{\theta_{3i}}{2}\right)} (k_2 \cos \theta_4 - \cos \theta_{1i}) + \frac{2 \tan\left(\frac{\theta_{3i}}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{\theta_{3i}}{2}\right)} (k_2 \sin \theta_4 - \sin \theta_{1i}) - k_5 = 0$$

En réduisant cette dernière équation au même dénominateur, on obtient :

$$D \tan^2\left(\frac{\theta_{3i}}{2}\right) + E \tan\left(\frac{\theta_{3i}}{2}\right) + F = 0 \quad (\text{A1.19})$$

$$\text{avec } \begin{cases} D = k_4 \cos(\theta_{1i} - \theta_4) - k_2 \cos \theta_4 - k_5 + \cos \theta_{1i} \\ E = 2(k_2 \sin \theta_4 - \sin \theta_{1i}) \\ F = k_4 \cos(\theta_{1i} - \theta_4) + k_2 \cos \theta_4 - k_5 - \cos \theta_{1i} \end{cases} \quad (\text{A1.20})$$

Cette équation du second degré a pour solution : $\tan\left(\frac{\theta_{3i}}{2}\right) = \frac{-E \pm \sqrt{E^2 - 4DF}}{2D}$. Puisqu'il s'agit

$$\text{d'un mécanisme à membrures entrecroisées, } \theta_{3i} = 2 \arctan\left(\frac{-E - \sqrt{E^2 - 4DF}}{2D}\right). \quad (\text{A1.21})$$

En admettant que l'angle TP1_i est imposé au mécanisme et que ses valeurs désirées et réellement obtenues sont identiques, l'erreur sur TP2_i est obtenue en assumant qu'il y a un écart entre ses valeurs désirée et calculée. Ainsi, d'après la figure 2.4 mettant en relief l'angle θ_A , on peut écrire :

$$\theta_{2id} = \theta_A + (\text{TP1}_{id} + \text{THMP} + \text{TP2}_{id}) \quad \text{et} \quad \theta_{2ic} = \theta_A + (\text{TP1}_{id} + \text{THMP} + \text{TP2}_{ic}) \quad (\text{A1.22})$$

$$\Rightarrow \theta_A = \theta_{2id} - (\text{TP1}_{id} + \text{THMP} + \text{TP2}_{id}) = \theta_{2ic} - (\text{TP1}_{id} + \text{THMP} + \text{TP2}_{ic}) \quad (\text{A1.23})$$

Par conséquent, $TP2_{ic} = \theta_{2ic} - (TP1_{id} + THMP + \theta_A) = \theta_{2ic} - \theta_{2id} + TP2_{id}$ (A1.24)

avec d=désiré, c=calculé. On conclut donc que $TP2_{ic} - TP2_{id} = \theta_{2ic} - \theta_{2id}$ (A1.25)

A1.3 Calcul des vitesses angulaires des membrures du mécanisme

En dérivant par rapport au temps l'équation des déplacements donnée par la relation

(A1.1) : $r_1 e^{j\theta_1} + r_2 e^{j\theta_2} + r_3 e^{j\theta_3} - r_4 e^{j\theta_4} = 0$, on obtient :

$$j \frac{d\theta_1}{dt} r_1 e^{j\theta_1} + j \frac{d\theta_2}{dt} r_2 e^{j\theta_2} + j \frac{d\theta_3}{dt} r_3 e^{j\theta_3} - j \frac{d\theta_4}{dt} r_4 e^{j\theta_4} = 0. \quad (A1.26)$$

En dissociant les parties réelle et imaginaire de la relation (A1.26), on a le système

$$\text{suivant : } \begin{cases} r_1 \omega_1 \sin \theta_1 + r_2 \omega_2 \sin \theta_2 + r_3 \omega_3 \sin \theta_3 = 0 \\ r_1 \omega_1 \cos \theta_1 + r_2 \omega_2 \cos \theta_2 + r_3 \omega_3 \cos \theta_3 = 0 \end{cases} \quad (A1.27)$$

Connaissant la vitesse angulaire ω_3 de la membrure motrice, on peut écrire :

$$\begin{bmatrix} r_1 \sin \theta_1 & r_2 \sin \theta_2 \\ r_1 \cos \theta_1 & r_2 \cos \theta_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -r_3 \omega_3 \sin \theta_3 \\ -r_3 \omega_3 \cos \theta_3 \end{Bmatrix} \quad (A1.28)$$

En résolvant le système d'équations (A1.28), les vitesses angulaires des membrures de

sortie et d'accouplement sont respectivement :

$$\omega_1 = \frac{r_3 \omega_3 \sin(\theta_2 - \theta_3)}{r_1 \sin(\theta_1 - \theta_2)} \quad \text{et} \quad \omega_2 = \frac{r_3 \omega_3 \sin(\theta_3 - \theta_1)}{r_2 \sin(\theta_1 - \theta_2)} \quad (A1.29)$$

A1.4 Calcul des accélérations angulaires des membrures du mécanisme

En dérivant par rapport au temps l'équation des vitesses donnée par la relation (A1.26), on obtient l'équation des accélérations suivante :

$$jr_1\alpha_1 e^{j\theta_1} + j^2 r_1 \omega_1^2 e^{j\theta_1} + jr_2\alpha_2 e^{j\theta_2} + j^2 r_2 \omega_2^2 e^{j\theta_2} + jr_3\alpha_3 e^{j\theta_3} + j^2 r_3 \omega_3^2 e^{j\theta_3} = 0 \quad (\text{A1.30})$$

En dissociant les parties réelle et imaginaire de l'équation (A1.30), on peut écrire :

$$\begin{cases} -r_1\alpha_1 \sin \theta_1 - r_1\omega_1^2 \cos \theta_1 - r_2\alpha_2 \sin \theta_2 - r_2\omega_2^2 \cos \theta_2 - r_3\alpha_3 \sin \theta_3 - r_3\omega_3^2 \cos \theta_3 = 0 \\ r_1\alpha_1 \cos \theta_1 - r_1\omega_1^2 \sin \theta_1 + r_2\alpha_2 \cos \theta_2 - r_2\omega_2^2 \sin \theta_2 + r_3\alpha_3 \cos \theta_3 - r_3\omega_3^2 \sin \theta_3 = 0 \end{cases}$$

Connaissant la vitesse angulaire ω_3 et l'accélération angulaire α_3 de la membrure motrice, on obtient le système d'équations suivant :

$$\begin{bmatrix} -r_1 \sin \theta_1 & -r_2 \sin \theta_2 \\ r_1 \cos \theta_1 & r_2 \cos \theta_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} r_1\omega_1^2 \cos \theta_1 + r_2\omega_2^2 \cos \theta_2 + r_3\alpha_3 \sin \theta_3 + r_3\omega_3^2 \cos \theta_3 \\ r_1\omega_1^2 \sin \theta_1 + r_2\omega_2^2 \sin \theta_2 - r_3\alpha_3 \cos \theta_3 + r_3\omega_3^2 \sin \theta_3 \end{Bmatrix} \quad (\text{A1.31})$$

En résolvant le système d'équations (A1.31), on obtient respectivement les accélérations angulaires des membrures de sortie et d'accouplement :

$$\alpha_1 = \frac{JK + HL}{-GJ + HI} \quad \text{et} \quad \alpha_2 = \frac{-GL - IK}{-GJ + HI} \quad (\text{A1.32})$$

$$\text{avec} \begin{cases} G = r_1 \sin \theta_1 & J = r_2 \cos \theta_2 \\ H = r_2 \sin \theta_2 & K = r_1\omega_1^2 \cos \theta_1 + r_2\omega_2^2 \cos \theta_2 + r_3\alpha_3 \sin \theta_3 + r_3\omega_3^2 \cos \theta_3 \\ I = r_1 \cos \theta_1 & L = r_1\omega_1^2 \sin \theta_1 + r_2\omega_2^2 \sin \theta_2 - r_3\alpha_3 \cos \theta_3 + r_3\omega_3^2 \sin \theta_3 \end{cases} \quad (\text{A1.33})$$

A1.5 Calcul de l'avantage mécanique du mécanisme

En supposant que la puissance de sortie est égale à la puissance d'entrée, on peut écrire :

- pour le mécanisme sans système d'entraînement

$T_3\omega_3 = T_2\omega_2$ où T_3 et T_2 sont respectivement les couples appliqués sur les membrures motrice et d'accouplement du mécanisme. L'avantage mécanique de ce mécanisme se définit comme suit :

$$AvM = \frac{T_2}{T_3} = \frac{\omega_3}{\omega_2} \quad (A1.34)$$

- pour le mécanisme muni de son système d'entraînement

$T_3\omega_3 = T_1\omega_1$ et $T_2\omega_2 = T_3\omega_3$ où T_1 et ω_1 sont respectivement le couple moteur et la vitesse angulaire de l'arbre moteur. L'avantage mécanique du système d'entraînement est $\frac{T_3}{T_1} = \frac{\omega_1}{\omega_3}$ et celui du mécanisme seul est $\frac{T_2}{T_3} = \frac{\omega_3}{\omega_2}$. Par conséquent, l'avantage mécanique du mécanisme muni de son système d'entraînement est :

$$AvM = \frac{T_3}{T_1} \times \frac{T_2}{T_3} = \frac{\omega_1}{\omega_3} \times \frac{\omega_3}{\omega_2} \Leftrightarrow AvM = \frac{T_2}{T_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \quad (A1.35)$$

ANNEXE II

**ÉLABORATION DES CRITÈRES DE PERFORMANCE DU MÉCANISME
SANS SON SYSTÈME D'ENTRAÎNEMENT**

A2.1 Couple-moteur maximal en M

La force P appliquée aux bouts des doigts (figure 2.3) et du pouce (figure 2.4) a deux composantes rectangulaires P_x et P_y tels que :

$$P_x = -P \cos(\theta_p + \psi) ; P_y = P \sin(\theta_p + \psi) \quad (A2.1)$$

avec $\varphi = \text{THMP} + \text{TP1} + \text{TP2}$; $\psi = \varphi + \text{TP3}$.

D'après le DCL de la membrure R_i (QB) montré à la figure A2.1, on peut écrire :

$$F_{qx} = F_{bx} ; F_{qy} = F_{by} ; \frac{F_{by}}{F_{bx}} = \tan \theta_1 ; \quad (A2.2)$$

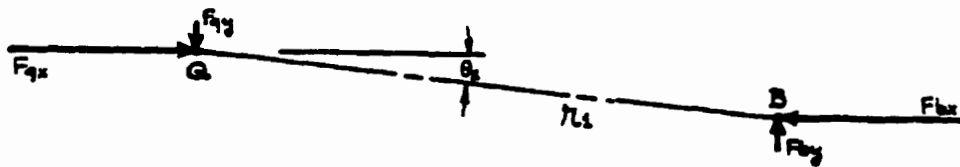


Figure A2.1 : DCL de la membrure entraînée QB

Le DCL de la membrure R_2 (AB) montré à la figure A2.2 permet d'écrire :

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \Rightarrow P_x + F_{bx} = F_{ax} \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow P_y + F_{ay} = F_{by} \\ \sum M_B = 0 \Rightarrow -P_y(P3' \cos \psi + P2 \cos \varphi - EXC \sin \varphi) \\ \quad - P_x(P3' \sin \psi + P2 \sin \varphi + EXC \cos \varphi) - F_{ay}r_2 \cos \theta_2 + F_{ax}r_2 \sin \theta_2 = 0 \end{cases} \quad (A2.3)$$

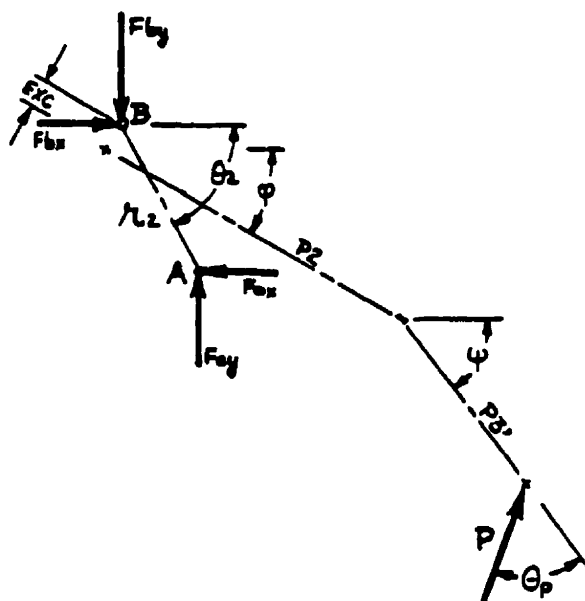


Figure A2.2 : DCL de la membrure d'accouplement AB

En posant:

$$\begin{aligned} C_1 &= \tan \theta_1 \\ C_2 &= P_x = -P \cos(\theta_p + \psi) \\ C_3 &= P_y = P \sin(\theta_p + \psi) \\ C_4 &= r_2 \sin \theta_2 \\ C_5 &= r_2 \cos \theta_2 \\ C_6 &= P_y(P3' \cos \psi + P2 \cos \varphi - EXC \sin \varphi) + P_x(P3' \sin \psi + P2 \sin \varphi + EXC \cos \varphi) \end{aligned} \quad (A2.4)$$

on obtient un système de quatre équations à quatre inconnues F_{bx} , F_{by} , F_{ax} et F_{ay} :

$$\begin{cases} C_1 F_{bx} = F_{by} \\ F_{bx} + C_2 = F_{ax} \\ F_{ay} + C_3 = F_{by} \\ C_4 F_{ax} - C_5 F_{ay} = C_6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_{bx} = \frac{C_6 - C_2 C_4 - C_3 C_5}{C_4 - C_1 C_5} \\ F_{by} = C_1 \frac{C_6 - C_2 C_4 - C_3 C_5}{C_4 - C_1 C_5} \\ F_{ax} = \frac{C_6 - C_2 C_4 - C_3 C_5}{C_4 - C_1 C_5} + C_2 \\ F_{ay} = C_1 \frac{C_6 - C_2 C_4 - C_3 C_5}{C_4 - C_1 C_5} - C_3 \end{cases} \quad (A2.5)$$

$$\text{en posant } C_7 = C_1 \frac{C_6 - C_2 C_4 - C_3 C_5}{C_4 - C_1 C_5}, \quad (A2.6)$$

$$\text{on obtient } \begin{cases} F_{bx} = \frac{C_2}{C_1} \\ F_{by} = C_7 \\ F_{ax} = \frac{C_2}{C_1} + C_2 \\ F_{ay} = C_7 - C_3 \\ F_{qx} = \frac{C_2}{C_1} \\ F_{qy} = C_7 \end{cases} \quad (A2.7)$$

En considérant la membrure motrice r_3 (AM) des figures 2.3 et 2.4, le couple en M qui équilibre la force P est : $M_M = r_3 (F_{ax} \sin(\theta_3 - \pi) - F_{ay} \cos(\theta_3 - \pi))$. (A2.8)

L'équation (A2.7) permet d'écrire : $M_M = r_3 \sin \theta_3 \left[\frac{C_2}{C_1} + C_2 \right] - r_3 \cos \theta_3 [C_7 - C_3]$ où

$$\theta_3 = \theta_3 - \pi. \text{ Finalement, } M_M = r_3 \left[C_2 \sin \theta_3 + C_3 \cos \theta_3 + \frac{C_2}{C_1} (\sin \theta_3 + C_1 \cos \theta_3) \right]. \quad (A2.9)$$

À l'aide des relations (A2.4), on peut écrire :

$$\begin{aligned} C_2 \sin \theta_3 + C_3 \cos \theta_3 &= -P \cos(\theta_p + \psi) \sin \theta_3 + P \sin(\theta_p + \psi) \cos \theta_3 \\ &= P \sin(\theta_p + \psi - \theta_3) \end{aligned} \quad (A2.10)$$

$$C_2 \sin \theta_2 + C_3 \cos \theta_2 = P \sin(\theta_p + \psi - \theta_2) \quad (A2.11)$$

$$\begin{aligned}
C_6 &= P_y (P3' \cos \psi + P2 \cos \varphi - EXC \sin \varphi) + P_x (P3' \sin \psi + P2 \sin \varphi + EXC \cos \varphi) \\
&= P \left[\begin{aligned} &(P3' \sin(\theta_p + \psi) \cos \psi + P2 \sin(\theta_p + \psi) \cos \varphi - EXC \sin(\theta_p + \psi) \sin \varphi) - \\ &(P3' \cos(\theta_p + \psi) \sin \psi + P2 \cos(\theta_p + \psi) \sin \varphi + EXC \cos(\theta_p + \psi) \cos \varphi) \end{aligned} \right] \quad (A2.12) \\
&= P [P3' \sin \theta_p + P2 \sin(\theta_p + \psi - \varphi) - EXC \cos(\theta_p + \psi - \varphi)]
\end{aligned}$$

À l'aide des relations (A2.6) et (A2.10), le couple-moteur de la relation (A2.9) devient :

$$M_{Mi} = r_3 \left[P \sin(\theta_p + \psi_i - \theta_{3i}') + \frac{C_6 - C_2 C_4 - C_3 C_4}{C_4 - C_1 C_3} (\sin \theta_{3i}' - \tan \theta_{1i} \cos \theta_{3i}') \right]. \quad (A2.13)$$

Les relations (A2.4) permettent de réécrire l'équation (A2.13) sous la forme suivante :

$$M_{Mi} = r_3 \left[P \sin(\theta_p + \psi_i - \theta_{3i}') + \frac{C_6 - r_2 (C_2 \sin \theta_{2i} + C_3 \cos \theta_{2i})}{r_2 (\sin \theta_{2i} - \tan \theta_{1i} \cos \theta_{2i}) \cos \theta_{1i}} (\sin \theta_{3i}' \cos \theta_{1i} - \cos \theta_{3i}' \sin \theta_{1i}) \right] \quad (A2.14)$$

Les relations (A2.11) et (A2.12) permettent d'obtenir l'expression finale du couple-

$$\begin{aligned}
\text{moteur : } M_{Mi} &= r_3 P \left[\sin(\theta_p + \psi_i - \theta_{3i}') + \right. \\
&\quad \left. \frac{P3' \sin \theta_p + P2 \sin(\theta_p + \psi_i - \varphi_i) - EXC \cos(\theta_p + \psi_i - \varphi_i) - r_2 \sin(\theta_p + \psi_i - \theta_{2i})}{r_2 \sin(\theta_{2i} - \theta_{1i})} \sin(\theta_{3i}' - \theta_{1i}) \right] \quad (A2.15)
\end{aligned}$$

En fonction des variables de design, ce couple-moteur à une position i du mécanisme

$$\begin{aligned}
\text{devient : } M_{Mi} &= x_3 P \left[\sin(\theta_p + \psi_i - \theta_{3i}') + \right. \\
&\quad \left. \frac{P3' \sin \theta_p + P2 \sin(\theta_p + \psi_i - \varphi_i) - EXC \cos(\theta_p + \psi_i - \varphi_i) - x_2 \sin(\theta_p + \psi_i - \theta_{2i})}{x_2 \sin(\theta_{2i} - \theta_{1i})} \sin(\theta_{3i}' - \theta_{1i}) \right] \quad (A2.16)
\end{aligned}$$

L'angle θ_{2i} , donné par l'équation (A1.15) et formulé ici en fonction des variables de

design, est $\theta_{2i} = 2 \arctan \left(\frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \right)$ avec :

$$\begin{cases} A = k_1 \cos(\theta_{1i} - x_5) - k_2 \cos x_5 - k_3 + \cos \theta_{1i} \\ B = 2(k_2 \sin x_5 - \sin \theta_{1i}) \\ C = k_1 \cos(\theta_{1i} - x_5) + k_2 \cos x_5 - k_3 - \cos \theta_{1i} \end{cases} \quad (A2.17)$$

$$\text{et } k_1 = \frac{x_4}{x_2}; \quad k_2 = \frac{x_4}{r_1}; \quad k_3 = \frac{r_1^2 + x_2^2 - x_3^2 + x_4^2}{2r_1 x_2} \quad (\text{A2.18})$$

Sachant que l'angle $\theta'_{3i} = \theta_{3i} - \pi$, l'angle θ_{3i} , défini par l'équation (A1.21) et écrit ici en

fonction des variables de design, est $\theta_{3i} = 2 \arctan\left(\frac{-E - \sqrt{E^2 - 4DF}}{2D}\right)$ avec :

$$\begin{cases} D = k_4 \cos(\theta_{li} - x_5) - k_2 \cos x_5 - k_5 + \cos \theta_{li} \\ E = 2(k_2 \sin x_5 - \sin \theta_{li}) \\ F = k_4 \cos(\theta_{li} - x_5) + k_2 \cos x_5 - k_5 - \cos \theta_{li} \end{cases} \quad (\text{A2.19})$$

$$k_2 = \frac{x_4}{x_2}; \quad k_4 = \frac{x_4}{r_1}; \quad k_5 = \frac{r_1^2 - x_2^2 + x_3^2 + x_4^2}{2r_1 x_3} \quad (\text{A2.20})$$

$$\text{et } \varphi_i = \text{THMP} + \text{TP1}_i + \text{TP2}_i; \quad \psi_i = \varphi_i + \text{TP3} \quad (\text{A2.21})$$

A2.2 Énergie consommée à travers le cycle du mécanisme

L'énergie consommée E à travers le cycle du mécanisme, allant de la position

d'ouverture des doigts à leur fermeture, est égale à : $E = \int_{\theta_{31}}^{\theta_{37}} |M_M| d\theta_3$. (A2.22)

Le couple-moteur M_M varie durant tout le cycle correspondant à un débattement angulaire de la membrure motrice AM qui va de la position d'ouverture θ'_{31} à la position de fermeture θ'_{37} . Puisque $\theta'_3 = \theta_3 - \pi$, alors l'énergie devient :

$$E = \int_{\theta_{31}}^{\theta_{37}} |M_M| d\theta_3. \quad (\text{A2.23})$$

Le couple-moteur M_{Mi} est défini par l'équation (A2.16) et l'angle θ_{3i} par les relations (A1.21), (A2.19) et (A2.20).

A2.3 Erreur structurale sur l'angle de flexion TP2

Cette erreur représente la différence entre la valeur désirée de TP2 et sa valeur réellement obtenue dans les sept positions connues du mécanisme. En considérant la méthode des moindres carrés et à l'aide de l'équation (A1.25), on peut exprimer cette erreur par l'erreur quadratique moyenne :

$$\Delta TP2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (TP2_{ic} - TP2_{id})^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\theta_{2ic} - \theta_{2id})^2 = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^7 (\theta_{2ic} - \theta_{2id})^2 \quad (A2.24)$$

L'angle $TP2_{ic}$, dont l'indice "c" signifie "calculé", est donné par l'équation (A1.24) et se réécrit comme suit : $TP2_{ic} = \theta_{2ic} - (TP1_{id} + THMP + x_1)$ (A2.25)

L'angle $TP2_{id}$ représente la valeur désirée fournie au tableau 3.2. L'angle θ_{2ic} est défini à l'aide des équations (A1.15), (A2.17) et (A2.18). Sachant que les angles connus $TP1_{id}$ et $TP2_{id}$ sont fournis au tableau 3.2, l'angle θ_{2id} donné par la relation (A1.22), se réécrit en fonction des variables de design : $\theta_{2id} = x_1 + (TP1_{id} + THMP + TP2_{id})$. (A2.26)

A2.4 Déviation de l'angle de transmission du mécanisme de sa valeur idéale

En considérant la figure A2.3 et les triangles ABQ et AQM, on peut écrire :

$m^2 = r_1^2 + r_2^2 - r_1 r_2 \cos \mu = r_3^2 + r_4^2 - r_3 r_4 \cos(\theta_3 - \theta_4)$. Par conséquent, l'angle de transmission μ peut être calculé à l'aide de la relation suivante :

$$\cos \mu = \frac{r_1^2 + r_2^2 - r_3^2 - r_4^2 + 2r_3 r_4 \cos(\theta_3 - \theta_4)}{2r_1 r_2}, \quad (A2.27)$$

En dérivant l'équation (A2.27) par rapport à $(\theta_3 - \theta_4)$, on obtient :

$$\frac{d \cos \mu}{d \mu} \frac{d \mu}{d(\theta_3 - \theta_4)} = \frac{r_3 r_4}{r_1 r_2} \frac{d \cos(\theta_3 - \theta_4)}{d(\theta_3 - \theta_4)} \Leftrightarrow \frac{d \mu}{d(\theta_3 - \theta_4)} = \frac{r_3 r_4}{r_1 r_2} \frac{\sin(\theta_3 - \theta_4)}{\sin \mu}. \quad (\text{A2.28})$$

La dérivée (A2.28) s'annule pour $\sin(\theta_3 - \theta_4) = 0 \Rightarrow \theta_3 - \theta_4 = 0$ ou $\theta_3 - \theta_4 = \pi$,

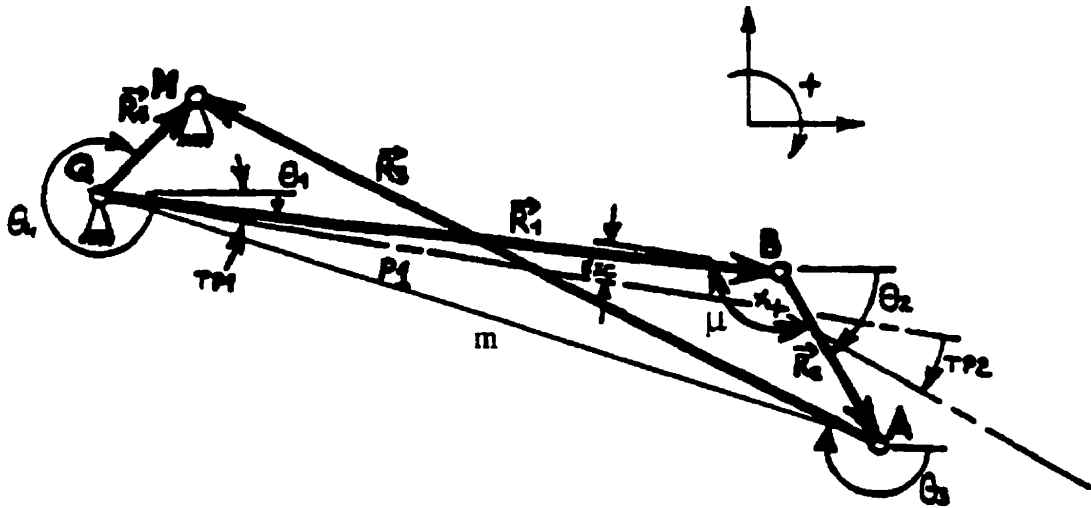


Figure A2.3 : Angle de transmission d'un mécanisme à quatre membrures

À ces deux valeurs qui annulent la dérivée (A2.28) correspondent respectivement

$$\mu_{\min} \text{ et } \mu_{\max} \text{ tels que : } \begin{cases} \mu_{\min} = \arccos\left(\frac{r_1^2 + r_2^2 - r_3^2 - r_4^2 + 2r_3r_4}{2r_1r_2}\right) = \arccos\left[\frac{r_1^2 + r_2^2 - (r_3 - r_4)^2}{2r_1r_2}\right] \\ \mu_{\max} = \arccos\left(\frac{r_1^2 + r_2^2 - r_3^2 - r_4^2 - 2r_3r_4}{2r_1r_2}\right) = \arccos\left[\frac{r_1^2 + r_2^2 - (r_3 + r_4)^2}{2r_1r_2}\right] \end{cases} \quad (\text{A2.29})$$

Étant donné que le mécanisme utilisé est un système balancier - balancier et que l'angle θ_3 n'atteint jamais les valeurs spécifiées ci-dessus, les valeurs minimale et maximale de l'angle de transmission correspondent respectivement aux positions de fermeture et d'ouverture. Les valeurs extrêmes de cet angle sont donc :

$$\begin{aligned}\mu_{\min} &= \arccos\left(\frac{r_1^2 + r_2^2 - r_3^2 - r_4^2 + 2r_3r_4 \cos(\theta_{37} - \theta_4)}{2r_1r_2}\right) \\ \mu_{\max} &= \arccos\left(\frac{r_1^2 + r_2^2 - r_3^2 - r_4^2 + 2r_3r_4 \cos(\theta_{31} - \theta_4)}{2r_1r_2}\right)\end{aligned}\quad (\text{A2.30})$$

La déviation de cet angle de transmission de sa valeur idéale de 90° durant tout le mouvement du mécanisme est donnée par : $(\mu_{\max} - 90^\circ)^2 + (\mu_{\min} - 90^\circ)^2$. (A2.31)

En fonction des variables de design, les valeurs extrêmes de cet angle sont :

$$\begin{aligned}\mu_{\min} &= \arccos\left(\frac{r_1^2 + x_2^2 - x_3^2 - x_4^2 + 2x_3x_4 \cos(\theta_{37} - x_5)}{2r_1x_2}\right) \\ \mu_{\max} &= \arccos\left(\frac{r_1^2 + x_2^2 - x_3^2 - x_4^2 + 2x_3x_4 \cos(\theta_{31} - x_5)}{2r_1x_2}\right)\end{aligned}\quad (\text{A2.32})$$

A2.5 Erreur mécanique due aux tolérances dimensionnelles et aux jeux

La relation (A1.25) permet d'affirmer que l'erreur mécanique liée à l'angle de flexion TP2 est égale à celle relative à l'angle de la membrure de jonction θ_2 . Elle est égale à :

$$\Delta \text{TP2}_{\text{mec}} = \Delta \theta_{2\text{mec}} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\Delta \theta_{2i})^2 = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^7 (\Delta \theta_{2i})^2. \quad (\text{A2.33})$$

L'erreur mécanique à la position i du mécanisme est donnée par l'équation (2.24) :

$\Delta \theta_{2i} = 3\sigma_{\theta_{2i}}$. L'écart-type sur l'angle θ_{2i} est calculé à l'aide de la relation (2.8) :

$$\sigma_{\theta_{2i}} = \sqrt{2 \sum_{j=1}^4 \left(\frac{\partial \theta_{2i}}{\partial r_j} \right)^2 (\sigma_{r_j}^2)} = k \sqrt{2 \sum_{j=1}^4 \left(\frac{\partial \theta_{2i}}{\partial r_j} \right)^2 (r_j^2)},$$

$$\text{avec } \frac{\partial \theta_{2i}}{\partial r_j} = \frac{\theta_{2i}(r_1, \dots, r_j + h, \dots, r_4) - \theta_{2i}(r_1, \dots, r_j - h, \dots, r_4)}{2h} \text{ et } h=0,0001. \quad (\text{A2.34})$$

En fonction des variables de design, l'écart-type est :

$$\sigma_{\theta_{2i}} = x_6 \sqrt{2 \left[\left(\frac{\partial \theta_{2i}}{\partial r_1} \sigma_{r_1} \right)^2 + \sum_{j=2}^4 \left(\frac{\partial \theta_{2i}}{\partial x_j} x_j \right)^2 \right]} \quad (\text{A2.35})$$

$$\text{avec } \begin{cases} \frac{\partial \theta_{2i}}{\partial r_1} = \frac{\theta_{2i}(r_1 + h, \dots, x_j, \dots, x_4) - \theta_{2i}(r_1 - h, \dots, x_j, \dots, x_4)}{2h} \\ \frac{\partial \theta_{2i}}{\partial x_j} = \frac{\theta_{2i}(r_1, \dots, x_j + h, \dots, x_4) - \theta_{2i}(r_1, \dots, x_j - h, \dots, x_4)}{2h} \end{cases} \text{ et } h=0,0001. \quad (\text{A2.36})$$

ANNEXE III

ÉLABORATION DES CRITÈRES DE PERFORMANCE DU MÉCANISME AVEC SON SYSTÈME D'ENTRAÎNEMENT

Les critères de performance non affectés par la présence du système d'entraînement sont : l'erreur quadratique moyenne sur l'angle de la membrure de jonction θ_2 , la déviation de l'angle de transmission de sa valeur idéale et l'erreur mécanique sur l'angle de la membrure de jonction ou sur l'angle de flexion TP2.

A3.1 Couple maximal M_p appliqué à l'arbre moteur

Ce couple s'exprime en fonction de la force de tirage et du rayon de la poulie motrice sur laquelle s'enroule le câble. D'après la figure 2.3, le couple-moteur au point M de la membrure motrice, développé à la section A2.1, est :

$$M_{Mi} = F_{Ti} (x_T \sin \beta_i + y_T \cos \beta_i) = F_{Ti} (x_7 \sin \beta_i + x_8 \cos \beta_i). \quad (A3.1)$$

Par conséquent, la force de tirage F_{Ti} dans le câble est :

$$F_{Ti} = \frac{M_{Mi}}{(x_T \sin \beta_i + y_T \cos \beta_i)} = \frac{M_{Mi}}{(x_7 \sin \beta_i + x_8 \cos \beta_i)}. \quad (A3.2)$$

Finalement, la figure 2.5 nous permet de calculer le couple appliqué à l'arbre moteur par

$$\text{le biais de la poulie motrice de diamètre } d : M_{pi} = \frac{F_T d}{2} = \frac{F_T x_9}{2}. \quad (A3.3)$$

Par ailleurs, l'angle β qui varie en même temps que M_M est donné par :

$$\beta_i = \text{CTM}_i + \arctan \frac{d}{2\text{ST}_i} - \arctan \frac{y_T}{x_T} = \text{CTM}_i + \arctan \frac{x_9}{2\text{ST}_i} - \arctan \frac{x_8}{x_7} \quad (\text{A3.4})$$

S étant le point de tangence du câble avec la poulie,

$$\text{ST}_i = \sqrt{\text{CT}_i^2 - \frac{d^2}{4}} = \sqrt{\text{CT}_i^2 - \frac{x_9^2}{4}} ; \text{CTM}_i = \arcsin \left(\frac{\text{CM}}{\text{CT}_i} \sin \text{CMT}_i \right)$$

$$\text{CT}_i = \sqrt{\text{CM}^2 + \text{MT}^2 - 2\text{CM}.\text{MT} \cos \text{CMT}_i} ; \text{MT} = \sqrt{x_T^2 + y_T^2} = \sqrt{x_7^2 + x_8^2} ;$$

$$\text{CM} = \sqrt{\text{QC}^2 + r_4^2 - 2r_4\text{QC} \cos \text{MQC}} = \sqrt{\text{QC}^2 + x_4^2 - 2x_4\text{QC} \cos \text{MQC}} ; \text{QC} = \sqrt{x_c^2 + y_c^2} ;$$

$$\text{MQC} = \begin{cases} \theta'_4 + \frac{\pi}{2} + \frac{|x_c|}{x_c} \arctan \frac{x_c}{y_c} & \text{si } y_c > 0 \\ \theta'_4 + \frac{\pi}{2} + \frac{|x_c|}{x_c} \frac{\pi}{2} & \text{si } y_c = 0 \\ \theta'_4 + \frac{3\pi}{2} + \frac{|x_c|}{x_c} \arctan \frac{x_c}{y_c} & \text{si } y_c < 0 \end{cases}$$

$$\text{CMT}_i = \pi - \theta'_4 - \text{QMC} - \theta'_{3i} - \arctan \frac{y_T}{x_T} ; \text{QMC} = \arcsin \left(\frac{\text{QC}}{\text{CM}} \sin \text{MQC} \right)$$

$$\text{or } \theta'_4 = 2\pi - \theta_4 = 2\pi - x_5 ; \quad \theta'_{3i} = \theta_3 - \pi$$

$$\Rightarrow \text{CMT}_i = \theta_4 - (\theta_{3i} + \text{QMC} + \arctan \frac{y_T}{x_T}) = x_5 - \left(\theta_{3i} + \text{QMC} + \arctan \frac{x_8}{x_7} \right)$$

A3.2 Énergie consommée à travers le cycle du mécanisme

L'énergie consommée E à travers le cycle du mécanisme est donnée par l'intégrale :

$$E = \int_{\phi_1}^{\phi_7} |M_p| d\phi . \quad (\text{A3.5})$$

Le couple-moteur M_p varie durant tout le cycle correspondant à un débattement angulaire de la membrure motrice AM qui va de la position d'ouverture θ'_{3i} à la position

de fermeture θ'_{37} . Ce débattement entraîne une rotation de la poulie motrice de ρ_1 à ρ_7 .

L'angle instantané de rotation de l'arbre moteur ρ est :

$$\rho_i = \gamma_i + \frac{2(L - ST_i)}{d} = \gamma_i + \frac{2(L - ST_i)}{x_g} \quad (A3.6)$$

L'angle instantané donnant la position du point de tangence du câble sur la poulie est :

$$\gamma_i = \theta'_{3i} - \beta_i \quad (A3.7)$$

L'angle β_i est défini par la relation (A3.4) ; l'angle $\theta'_{3i} = \theta_{3i} - \pi$ avec θ_{3i} est donné par les relations (A1.21), (A2.19) et (A2.20).

A3.3 Erreur mécanique due aux tolérances dimensionnelles et aux jeux

L'expression de l'erreur mécanique liée à l'angle de flexion TP2 est la même que celle développée dans le cas du mécanisme sans système d'entraînement à la seule différence que la variable de design relative aux tolérances est désignée par x_{10} au lieu de x_6 :

$$\Delta TP2_{mec} = \Delta \theta_{2mec} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\Delta \theta_{2i})^2 = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^7 (\Delta \theta_{2i})^2 \quad (A3.8)$$

$$\text{avec } \Delta \theta_{2i} = 3\sigma_{\theta_{2i}} \text{ et } \sigma_{\theta_{2i}} = x_{10} \sqrt{2 \left[\left(\frac{\partial \theta_{2i}}{\partial r_1} \sigma_{r_1} \right)^2 + \sum_{j=2}^4 \left(\frac{\partial \theta_{2i}}{\partial x_j} x_j \right)^2 \right]} \quad (A3.9)$$

ANNEXE IV

DÉVELOPPEMENT DES CONTRAINTES D'ÉGALITÉ ET D'INÉGALITÉ POUR LE MÉCANISME AVEC OU SANS SON SYSTÈME D'ENTRAÎNEMENT

A4.1 Contraintes d'égalité relatives au mécanisme avec ou sans système d'entraînement

- **Contraintes dues à l'équation vectorielle du mécanisme**

L'équation vectorielle du mécanisme permet d'aboutir à la relation de Freudenstein donnée par la relation (A1.4) : $k_1 \cos(\theta_{1i} - \theta_4) + k_2 \cos(\theta_{2i} - \theta_4) - k_3 = \cos(\theta_{1i} - \theta_{2i})$.

En utilisant la méthode des moindres carrés pour la synthèse de ce mécanisme pour 7 positions de la membrure entraînée et 7 positions de la membrure de jonction, nous obtenons le système donné par la relation (A1.7) :

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \cos^2(\theta_{1i} - \theta_4) & \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{2i} - \theta_4) \cos(\theta_{1i} - \theta_4) & - \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{1i} - \theta_4) \\ \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{1i} - \theta_4) \cos(\theta_{2i} - \theta_4) & \sum_{i=1}^n \cos^2(\theta_{2i} - \theta_4) & - \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{2i} - \theta_4) \\ \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{1i} - \theta_4) & \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{2i} - \theta_4) & - n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{1i} - \theta_{2i}) \cos(\theta_{1i} - \theta_4) \\ \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{1i} - \theta_{2i}) \cos(\theta_{2i} - \theta_4) \\ \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{1i} - \theta_{2i}) \end{Bmatrix}$$

Ce système donne donc lieu aux trois contraintes d'égalité suivantes lorsqu'on choisit $n=7$:

$$\begin{aligned} h_1(X) = k_1 \sum_{i=1}^7 \cos^2(\theta_{1i} - x_5) + k_2 \sum_{i=1}^7 \cos(\theta_{2i} - x_5) \cos(\theta_{1i} - x_5) - k_3 \sum_{i=1}^7 \cos(\theta_{1i} - x_5) \\ - \sum_{i=1}^7 \cos(\theta_{1i} - \theta_{2i}) \cos(\theta_{1i} - x_5) = 0 ; \end{aligned} \quad (A4.1)$$

$$h_2(X) = k_1 \sum_{i=1}^7 \cos(\theta_{1i} - x_5) \cos(\theta_{2i} - x_5) + k_2 \sum_{i=1}^7 \cos^2(\theta_{2i} - x_5) - k_3 \sum_{i=1}^7 \cos(\theta_{2i} - x_5) - \sum_{i=1}^7 \cos(\theta_{1i} - \theta_{2i}) \cos(\theta_{2i} - x_5) = 0 ; \quad (A4.2)$$

$$h_3(X) = k_1 \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{1i} - x_5) + k_2 \sum_{i=1}^n \cos(\theta_{2i} - x_5) - 7k_3 - \sum_{i=1}^7 \cos(\theta_{1i} - \theta_{2i}) = 0 ; \quad (A4.3)$$

$$\text{avec } k_1 = \frac{x_4}{x_2}, k_2 = \frac{x_4}{r_1}, k_3 = \frac{r_1^2 + x_2^2 - x_3^2 + x_4^2}{2r_1 x_2} \quad (A4.4)$$

$$\text{et } \theta_{2i} = x_1 + (TP1_i + THMP + TP2_i). \quad (A4.5)$$

• **Contrainte due au facteur de sécurité lié au design de la membrure motrice**

Cette contrainte d'égalité n'est valable que pour le mécanisme muni de son système d'entraînement. La figure A4.1 montre le DCL de la membrure motrice de longueur r_3 . En utilisant un système d'axes local ($X'MY'$) et à l'aide du DCL de la membrure de jonction montré à la figure A2.2, les équations d'équilibre sont :

$$\begin{cases} F_{MX'} + F_{AX'} - F_T \cos \beta = 0 \\ F_{MY'} + F_{AY'} + F_T \sin \beta = 0 \\ F_T (x_T \sin \beta + y_T \cos \beta) + r_3 F_{AY'} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_T = \frac{-r_3 F_{AY'}}{(x_T \sin \beta + y_T \cos \beta)} \\ F_{MY'} = -F_T \sin \beta - F_{AY'} \\ F_{MX'} = F_T \cos \beta - F_{AX'} \end{cases} \quad (A4.6)$$

Les DCL des figures A2.2 et A4.1 permettent d'écrire :

$$F_{AX'} = F_{AX} \cos \theta_3' + F_{AY} \sin \theta_3' \text{ et } F_{AY'} = F_{AY} \cos \theta_3' - F_{AX} \sin \theta_3', \quad (A4.7)$$

où les réactions F_{AX} et F_{AY} correspondant à M_{Mmax} sont obtenues à l'aide du système

$$\text{d'équations (A2.5) : } F_{AX} = \frac{C_6 - C_2 C_4 - C_3 C_5}{C C_4 - C_1 C_5} + C_2 \text{ et } F_{AY} = C_1 \frac{C_6 - C_2 C_4 - C_3 C_5}{C C_4 - C_1 C_5} - C_3$$

avec $\theta'_3 = \theta_3 - \pi$ où l'angle θ_3 correspondant à M_{Mmax} est donné par les relations

(A1.21), (A2.19) et (A2.20). Grâce aux relations (A2.4) et (A2.12), on obtient

finalement :

$$\begin{cases} F_{AX} = \frac{P [P_1 \sin \theta_p + P_2 \sin(\theta_p + \psi - \varphi) - EXC \cos(\theta_p + \psi - \varphi) - x_2 \sin(\theta_p + \psi - \theta_2)]}{x_2 (\sin \theta_2 - \lg \theta_1 \cos \theta_2)} - P \cos(\theta_p + \psi) \\ F_{AY} = \lg \theta_1 \frac{P [P_1 \sin \theta_p + P_2 \sin(\theta_p + \psi - \varphi) - EXC \cos(\theta_p + \psi - \varphi) - x_2 \sin(\theta_p + \psi - \theta_2)]}{x_2 (\sin \theta_2 - \lg \theta_1 \cos \theta_2)} - P \sin(\theta_p + \psi) \end{cases} \quad (A4.8)$$

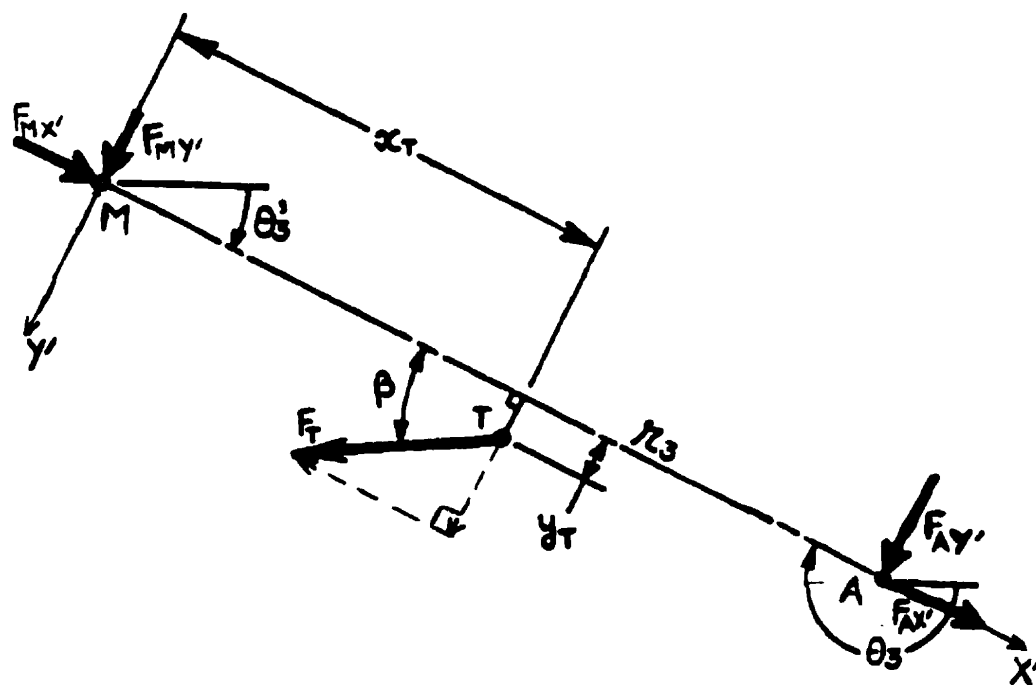


Figure A4.1 : DCL de la membrure motrice

En fonction des variables de design, la relation (A4.6) devient :

$$\begin{cases} F_T = \frac{-x_3 F_{AY'}}{(x_7 \sin \beta + y_8 \cos \beta)} \\ F_{MY'} = -F_T \sin \beta - F_{AY'} \\ F_{MX'} = F_T \cos \beta - F_{AX'} \end{cases} \quad (A4.9)$$

Il s'ensuit donc que la membrure motrice est sollicitée en traction-compression et en flexion. La section la plus sollicitée est celle passant par le point de tirage T. Les contraintes induites à la section considérée, en négligeant y_T et les concentrations de contraintes dues au trou en T, sont les suivantes :

- si $F_{MX'} < F_{AX'}$, la contrainte normale maximale est en traction et est égale à :

$$\sigma_{X't} = \frac{F_{AX'}}{t_m WR3} = \frac{F_{AX'}}{x_6 WR3} \quad (A4.10)$$

où t_m est l'épaisseur de la membrure motrice et WR3 la largeur de la membrure motrice ;

- si $F_{MX'} > F_{AX'}$, la contrainte normale maximale est en compression et est égale à :

$$\sigma_{X'c} = \frac{-F_{MX'}}{t_m WR3} = \frac{-F_{MX'}}{x_6 WR3} \quad (A4.11)$$

- le moment fléchissant est maximal à la section passant par le point de tirage. Sa valeur dépend de la position de ce point. Sa valeur absolue est donc évaluée à l'aide des équations suivantes :

$$|M_{f \max}| = \begin{cases} |F_{MY'}| x_T = x_7 |F_{MY'}| & \text{si } (y_T \leq 0 \text{ et } F_{MY'} \leq 0) \text{ ou } (y_T \geq 0 \text{ et } F_{MY'} \geq 0) \\ x_T |F_{MY'}| + |y_T| F_T \cos \beta = x_7 |F_{MY'}| + |x_8| F_T \cos \beta & \text{si } (y_T \leq 0 \text{ et } F_{MY'} \geq 0) \text{ ou } \\ & (y_T \geq 0 \text{ et } F_{MY'} \leq 0) \end{cases} \quad (A4.12)$$

La contrainte normale due au moment fléchissant est maximale aux fibres supérieures comprimées ($y_{\max} = -WR3/2$) et aux fibres inférieures tendues ($y_{\max} = +WR3/2$). Cette contrainte est :

$$(\sigma_{X'f})_{\max} = \pm \frac{|M_{f \max}| |y_{\max}|}{I} = \pm \frac{|M_{f \max}| \left(\frac{WR3}{2} \right)}{\frac{t_m WR3^3}{12}} = \pm \frac{6|M_{f \max}|}{t_m WR3^2} = \pm \frac{6|M_{f \max}|}{x_6 WR3^2} \quad (A4.13)$$

- La contrainte normale totale est :

$$\sigma_{X'} = \sigma_{X't/c} + (\sigma_{X'f})_{\max} = \begin{cases} \frac{1}{x_6 WR3} \left(F_{AX'} + \frac{6|M_{f \max}|}{WR3} \right) & \text{si } F_{MX'} \leq F_{AX'} \text{ (traction)} \\ \frac{-1}{x_6 WR3} \left(F_{MX'} + \frac{6|M_{f \max}|}{WR3} \right) & \text{si } F_{MX'} \geq F_{AX'} \text{ (compression)} \end{cases} \quad (A4.14)$$

- par ailleurs, la contrainte de cisaillement due à l'effort tranchant est nulle aux fibres extrêmes (Bazergui et al., 1985). Par conséquent, les contraintes principales sont :

$$\sigma_1 = \sigma_{X'} \text{ et } \sigma_2 = \sigma_3 = 0 \quad (A4.15)$$

$$\text{-La contrainte de cisaillement maximal est } \tau_{\max} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} = \frac{|\sigma_1|}{2} \quad (A4.16)$$

Selon le critère de Tresca (Bazergui et al., 1985), $\tau_{\max} = \frac{S_y}{2}$ à l'écoulement où S_y est la limite d'écoulement du matériau. Le facteur de sécurité souhaité doit être égal à 2,5 et la contrainte d'égalité est : $h_4(X) = 2,5 - FS = 0$. (A4.17)

Si les tolérances dimensionnelles ne sont pas prises en compte, $FS = \frac{S_y}{2\tau_{\max}}$. (A4.18)

Si par contre la nature stochastique des longueurs des membrures et des jeux dans les joints est considérée et en supposant que la contrainte induite $\rho = \tau_{\max}$ et la résistance du matériau $S = S_y/2$ sont distribuées selon la loi lognormale, le facteur de sécurité FS

$$\text{est } \begin{cases} FS = e^{[\sigma_{\ln FS}(|u_0| + 0.5\sigma_{\ln FS})]} \\ u_0 = -\frac{\overline{\ln \rho} - \overline{\ln S}}{\sqrt{\sigma_{\ln \rho}^2 + \sigma_{\ln S}^2}} \end{cases} \quad (\text{Ngale, Vinet et Klim, 1998}) \quad (\text{A4.19})$$

Les valeurs moyennes et les écarts-types des paramètres intervenant dans la relation (A4.19) sont :

$$\begin{cases} \overline{\ln \rho} = \ln \bar{\rho} - 0.5\sigma_{\ln \rho}^2; & \overline{\ln S} = \ln \bar{S} - 0.5\sigma_{\ln S}^2 \\ \sigma_{\ln \rho}^2 = \ln \left[\left(\frac{\sigma_{\rho}}{\bar{\rho}} \right)^2 + 1 \right]; & \sigma_{\ln S}^2 = \ln \left[\left(\frac{\sigma_S}{\bar{S}} \right)^2 + 1 \right] \\ \sigma_{\ln FS} = \sqrt{\sigma_{\ln \rho}^2 + \sigma_{\ln S}^2} \end{cases} \quad (\text{A4.20})$$

Les valeurs moyennes de la contrainte induite et de la résistance du matériau sont :

$\bar{\rho} = \tau_{\max}$ et $\bar{S} = \frac{S_y}{2}$. L'équation (2.8) permet d'écrire que l'écart-type de la contrainte

induite est :

$$\sigma_{\rho} = k \sqrt{2 \sum_{j=1}^4 \left(\frac{\partial \tau_{\max}}{\partial r_j} \right)^2 (r_j^2)} = x_{10} \sqrt{2 \left[\left(\frac{\partial \tau_{\max}}{\partial r_1} \sigma_{r_1} \right)^2 + \sum_{j=2}^4 \left(\frac{\partial \tau_{\max}}{\partial x_j} x_j \right)^2 \right]} \quad (\text{A4.21})$$

$$\text{avec } \begin{cases} \frac{\partial \tau_{\max}}{\partial r_1} = \frac{\tau_{\max}(r_1 + h, \dots, x_j, \dots, x_4) - \tau_{\max}(r_1 - h, \dots, x_j, \dots, x_4)}{2h} \\ \frac{\partial \tau_{\max}}{\partial x_j} = \frac{\tau_{\max}(r_1, \dots, x_j + h, \dots, x_4) - \tau_{\max}(r_1, \dots, x_j - h, \dots, x_4)}{2h} \end{cases} \text{ et } h=0,0001. \quad (\text{A4.22})$$

Par ailleurs, l'écart-type de la résistance du matériau est $\sigma_s = \frac{\sigma_{sy}}{2} = \frac{\frac{0.05S_y}{3}}{2} = \frac{0.05S_y}{6}$.

A4.2 Contraintes d'inégalité relatives au mécanisme avec ou sans système d'entraînement

- **Contraintes dues à l'angle de transmission du mécanisme**

La valeur de l'angle de transmission est donnée par la formule :

$$\mu_i = \arccos\left(\frac{r_1^2 + x_2^2 - x_3^2 - x_4^2 + 2x_3x_4 \cos(\theta_{3i} - x_5)}{2r_1x_2}\right). \quad (\text{A4.23})$$

Pour garantir l'existence de cet angle de transmission, la relation suivante doit être

$$\text{vérifiée : } \left| \frac{r_1^2 + x_2^2 - x_3^2 - x_4^2 + 2x_3x_4 \cos(\theta_{3i} - x_5)}{2r_1x_2} \right| \leq 1. \quad (\text{A4.24})$$

Sachant que les valeurs extrêmes de cet angle sont données par :

$$\begin{cases} \mu_{\min} = \arccos\left(\frac{r_1^2 + x_2^2 - x_3^2 - x_4^2 + 2x_3x_4 \cos(\theta_{37} - x_5)}{2r_1x_2}\right) \\ \mu_{\max} = \arccos\left(\frac{r_1^2 + x_2^2 - x_3^2 - x_4^2 + 2x_3x_4 \cos(\theta_{31} - x_5)}{2r_1x_2}\right) \end{cases} \quad (\text{A4.25})$$

Les contraintes d'inégalité qui en découlent sont :

$$g_1(X) = \left| \frac{r_1^2 + x_2^2 - x_3^2 - x_4^2 + 2x_3x_4 \cos(\theta_{37} - x_5)}{2r_1x_2} \right| - 1 \leq 0; \quad (A4.26)$$

$$g_2(X) = \left| \frac{r_1^2 + x_2^2 - x_3^2 - x_4^2 + 2x_3x_4 \cos(\theta_{31} - x_5)}{2r_1x_2} \right| - 1 \leq 0. \quad (A4.27)$$

Par ailleurs, pour obtenir un angle de transmission minimal acceptable, nous assumons la contrainte suivante : $g_3(X) = 20^\circ - \mu_{\min} \leq 0$. (A4.28)

- **Contraintes permettant d'éviter des points de blocage dans le mécanisme**

Dans un mécanisme à quatre membrures, les points morts de la membrure entraînée correspondent aux positions pour lesquelles l'angle inclus entre la membrure de jonction et la membrure entraînée est égal à 360° ou à 180° . Les angles de la membrure motrice TH3D1, TH3D2 et ceux de la membrure entraînée TH1D1 et TH1D2 correspondant aux deux points morts (D1) et (D2), obtenus à partir de ceux des mécanismes utilisés par Lakis (1988), sont :

$$TH1D1 = x_5 - \left[\cos^{-1} \left(\frac{x_3^2 - (x_2 + R_1)^2 - x_4^2}{2(x_2 + R_1)x_4} \right) + \pi \right] \quad (A4.29)$$

$$TH3D1 = x_5 - \cos^{-1} \left(\frac{x_3^2 + x_4^2 - (x_2 + R_1)^2}{2x_3x_4} \right) \quad (A4.30)$$

$$TH1D2 = x_5 - \left[\cos^{-1} \left(\frac{x_3^2 - (x_2 - R_1)^2 - x_4^2}{2|x_2 - R_1|x_4} \right) + \pi \right] \quad (A4.31)$$

$$TH3D2 = x_5 - \cos^{-1} \left(\frac{x_3^2 + x_4^2 - (x_2 - R_1)^2}{2x_3x_4} \right) \quad (A4.32)$$

Par ailleurs, les positions limites de la membrure entraînée correspondent aux positions où l'angle entre la membrure de jonction et la membrure motrice est égal à 360° ou 180° . Puisque nous sommes en présence d'un mécanisme à quatre membrures entrecroisées de type balancier-balancier, ce mécanisme comporte déjà des positions limites imposées par la configuration du mécanisme. Ces positions limites sont : TH1L1, TH1L2, TH3L1, TH3L2. Elles correspondent respectivement aux angles limites des membrures entraînée et motrice correspondant à la position de départ (L1) et à la position d'arrivée (L2) du mécanisme. Par conséquent, on a :

$$TH1L1 = \theta_{11} ; TH1L2 = \theta_{17} ; TH3L1 = \theta_{31} ; TH3L2 = \theta_{37} . \quad (A4.33)$$

L'angle θ_{11} est donné par la relation (2.13) et l'angle θ_{31} par les relations (A1.21), (A2.19) et (A2.20).

Pour éviter les points de blocage dans le mécanisme, les angles limites du mécanisme doivent vérifier les relations suivantes :

$$g_4(X) = TH1D1 - TH1L1 \leq 0 ; \quad (A4.34)$$

$$g_5(X) = TH1L2 - TH1D2 \leq 0 ; \quad (A4.35)$$

$$g_6(X) = TH3D1 - TH3L1 \leq 0 ; \quad (A4.36)$$

$$g_7(X) = TH3L2 - TH3D2 \leq 0 ; \quad (A4.37)$$

• **Contraintes garantissant l'obtention des membrures entrecroisées durant le mouvement du mécanisme**

Pour garantir que les membrures restent entrecroisées pendant le mouvement du mécanisme, les angles θ_{QA} , θ_{QB} , θ_{MB} et θ_{MA} montrés à la figure A4.2 et calculés de la même façon que celle de l'équation (A4.42) doivent satisfaire aux contraintes d'inégalité suivantes aux positions de départ et d'arrivée :

$$g_8(X) = \theta_{QB1} - \theta_{QA1} < 0 \quad (A4.38)$$

$$g_9(X) = \theta_{MB1} - \theta_{MA1} < 0 \quad (A4.39)$$

$$g_{10}(X) = \theta_{QB7} - \theta_{QA7} < 0 \quad (A4.40)$$

$$g_{11}(X) = \theta_{MB7} - \theta_{MA7} < 0 \quad (A4.41)$$

$$\text{où } \theta_{QBi} = \tan^{-1} \left(\frac{y_{Bi} - y_{Qi}}{x_{Bi} - x_{Qi}} \right) = \theta_{1i}. \quad (A4.42)$$

Par ailleurs, l'angle $\theta_4 - 360$ que fait la membrure fixe avec l'horizontale doit être inférieur à l'angle de la membrure entraînée θ_{1i} définie par la relation (2.13). Par conséquent, la relation suivante doit être vérifiée : $\theta_4 - 360 < \theta_{1i}$; d'où la contrainte

$$g_{12}(X) = x_5 - 2\pi - \theta_{1i} < 0. \quad (A4.43)$$

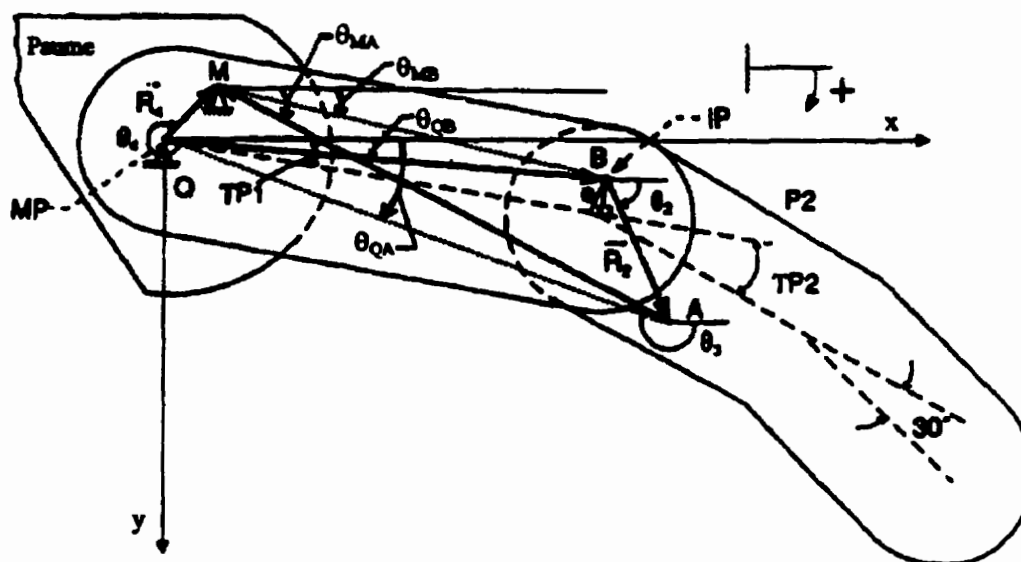


Figure A4.2 : Angles définissant la configuration du mécanisme

● **Contrainte relative au dépassement de la membrure motrice à l'intersection des limites extérieures des phalanges P1 et P2**

Pour éviter le dépassement de la membrure motrice à l'intersection Z (figure A4.3a), la distance de Z par rapport à l'axe R_3 (figure A4.3c) doit être supérieure à $WR_3/2$ où WR_3 est la largeur de la membrure motrice. Les coordonnées du point d'intersection Z, d'après la figure A4.3a, sont : $(X1, DP2/2+EXC)$ où $X1$ est la position de Z par rapport au joint B, $DP2$ le diamètre de la deuxième phalange et EXC l'excentricité entre l'articulation des deux premières phalanges et le joint B commun aux membrures entraînée et d'accouplement. Ces coordonnées sont calculées dans la

position finale (position 7) des doigts et du pouce pour laquelle la flexion est maximale.

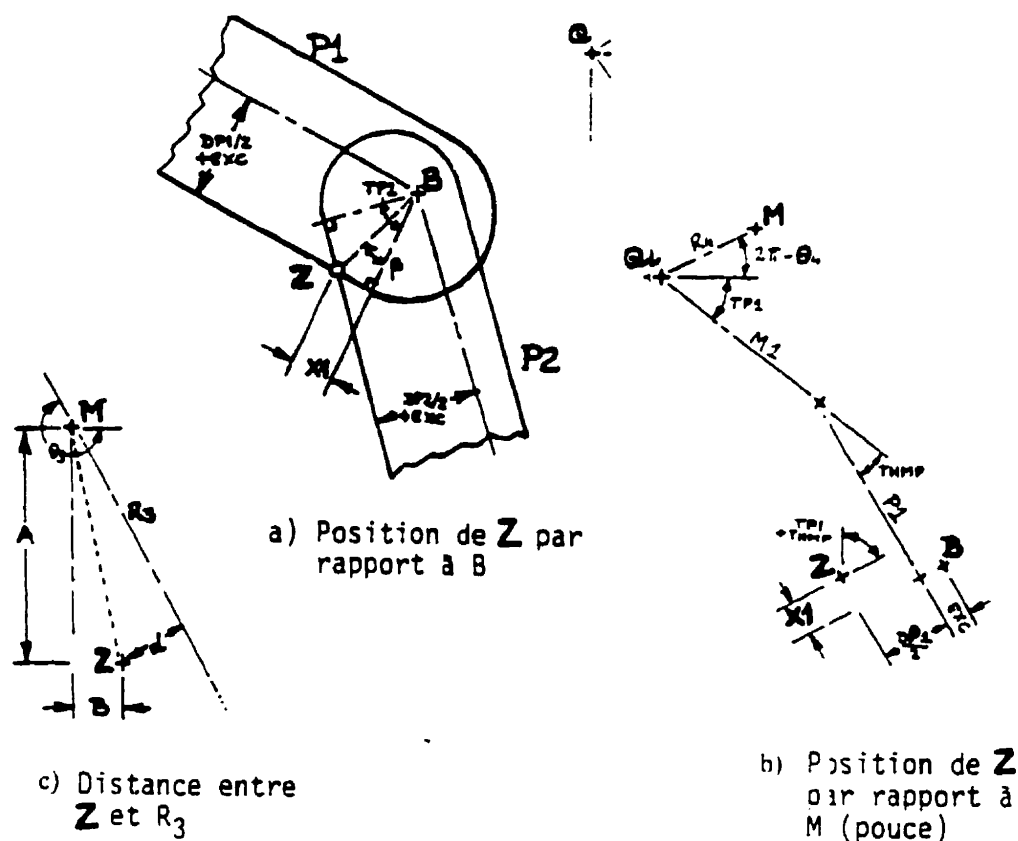


Figure A4.3 : Déplacement à l'intersection des phalanges P1 et P2

La figure A4.3a permet d'écrire :

$$\frac{\frac{DP2}{2} + EXC}{ZB} = \cos(TP2 - \beta) = \cos TP2 \cos \beta + \sin TP2 \sin \beta,$$

Or, $\sin\beta = \frac{X1}{ZB}$ et $\cos\beta = \frac{DP1/2 + EXC}{ZB}$; la distance X1 peut donc être évaluée :

$$X1 = \frac{DP2/2 + EXC - (DP1/2 + EXC)\cos TP2}{\sin TP2}. \quad (A4.44)$$

Par rapport au point M de la figure A4.3c, les coordonnées du point Z sont A et B. La figure A4.3b permet de calculer ces coordonnées aussi bien pour les doigts (THMP=0 et M1=0) que pour le pouce :

$$\begin{cases} A = M1 \sin TP1 + (P1 - X1) \sin(TP1 + THMP) + \frac{DP1}{2} \cos(TP1 + THMP) - r_4 \sin \theta_4 \\ B = M1 \cos TP1 + (P1 - X1) \cos(TP1 + THMP) - \frac{DP1}{2} \sin(TP1 + THMP) - r_4 \cos \theta_4 \end{cases} \quad (A4.45)$$

D'après la figure A4.3c, l'angle entre MZ et R_3 vaut $\frac{3\pi}{2} - \theta_3 - \arctg \frac{B}{A}$ et la distance

$$MZ \text{ vaut } \sqrt{A^2 + B^2}, \text{ D'où la distance } d = MZ \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \theta_3 - \arctg \frac{B}{A}\right). \quad (A4.46)$$

La contrainte qui en découle est :

$$\sqrt{A^2 + B^2} \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \theta_{37} - \arctg \frac{B}{A}\right) - \frac{WR3}{2} \geq 0 \quad (A4.47)$$

$$\text{d'où } g_{13}(X) = -\sqrt{A^2 + B^2} \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \theta_{37} - \arctg \frac{B}{A}\right) + \frac{WR3}{2} \leq 0 \quad (A4.48)$$

$$\begin{cases} A = M1 \sin TP1_7 + (P1 - X1) \sin(TP1_7 + THMP) + \frac{DP1}{2} \cos(TP1_7 + THMP) - x_4 \sin x_5 \\ B = M1 \cos TP1_7 + (P1 - X1) \cos(TP1_7 + THMP) - \frac{DP1}{2} \sin(TP1_7 + THMP) - x_4 \cos x_5 \end{cases} \quad (A4.49)$$

$$X1 = \frac{DP2 / 2 + EXC - (DP1 / 2 + EXC) \cos TP2_7}{\sin TP2_7} \quad (A4.50)$$

● **Contrainte relative au dépassement de la membrure motrice à l'intersection du métacarpien du pouce M1 et de la phalange P1**

Cette contrainte n'est valable que pour le pouce et le cas le plus critique a lieu à l'ouverture. L'intersection de M1 et P1 est le point R (figure A4.4a) qui a pour coordonnées (DP1/2, Y1).

$$\text{Sachant que } DM1 = DP1, \text{ on a } Y1 = (DP1/2) \tan(THMP/2). \quad (A4.51)$$

Les coordonnées C et D de R par rapport à M (figures A4.4b et c) sont données par :

$$\begin{cases} C = (M1 - Y1) \sin TP1_1 + \frac{DP1}{2} \cos TP1_1 - r_4 \sin \theta_4 \\ D = (M1 - Y1) \cos TP1_1 - \frac{DP1}{2} \sin TP1_1 - r_4 \cos \theta_4 \end{cases} \quad (A4.52)$$

D'après la figure A4.4c, l'angle entre MR et R_3 vaut $\frac{3\pi}{2} - \theta_{31} - \arctg \frac{D}{C}$ et la distance

MR vaut $\sqrt{C^2 + D^2}$, d'où la distance $d = MR \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \theta_{31} - \arctg \frac{D}{C}\right)$. La contrainte

qui en découle est :

$$\sqrt{C^2 + D^2} \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \theta_{31} - \arctg \frac{D}{C}\right) - \frac{WR3}{2} \geq 0 \quad (A4.53)$$

$$\text{d'où } g_{14}(X) = -\sqrt{C^2 + D^2} \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \theta_{31} - \arctg \frac{D}{C}\right) + \frac{WR3}{2} \leq 0 \quad (A4.54)$$

$$\begin{cases} C = (M1 - Y1) \sin TP1_1 + \frac{DP1}{2} \cos TP1_1 - x_4 \sin x_5 \\ D = (M1 - Y1) \cos TP1_1 - \frac{DP1}{2} \sin TP1_1 - x_4 \cos x_5 \end{cases} \quad (A4.55)$$

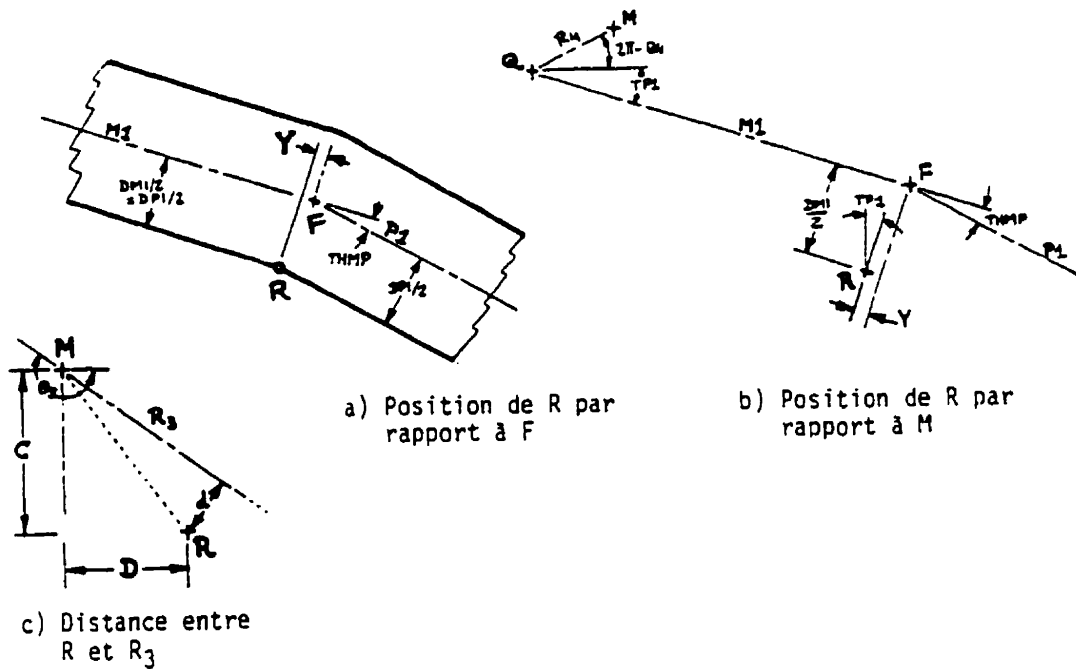


Figure A4.4 : Déplacement à l'intersection du métacarpien M1 et de la phalange P1

A4.3 Contraintes d'inégalité relatives seulement au mécanisme avec son système d'entraînement

- **Contrainte due à la tension limite dans le câble**

La tension F_T doit être inférieure à la tension maximale permise F_{Tmax} , d'où la contrainte $g_{15}(X) = F_T - F_{Tmax} \leq 0$. (A4.56)

La tension effective dans le câble F_T doit être exprimée en fonction du couple moteur maximal M_{Mmax} appliqué au point M de la membrure motrice, des coordonnées x_T et y_T du point de tirage et de l'angle β , correspondant à M_{Mmax} , que fait la membrure

motrice avec le câble. Son expression est donnée en fonction des variables indépendantes de design par l'équation (A3.2).

- **Contrainte limitant la rotation de l'arbre moteur**

L'angle de rotation ROT de la poulie motrice et par conséquent de l'arbre moteur, durant tout le cycle du mécanisme, doit être inférieur à 2π ; d'où la contrainte :

$$g_{16}(X) = \text{ROT} - 2\pi \leq 0. \quad (\text{A4.57})$$

L'angle de rotation ROT est calculé à l'aide de la figure 2.5. On a donc :

$$\text{ROT} = \rho_7 - \rho_1 = \gamma_7 + \frac{L - ST_7}{\frac{\pi}{2}} - \gamma_1 + \frac{L - ST_1}{\frac{\pi}{2}} \text{ avec } \gamma_i = \theta'_{3i} - \beta_i \text{ et } \theta'_{3i} = \theta_{3i} - \pi. \text{ Finalement,}$$

$$\text{ROT} = (\theta_{37} - \theta_{31}) - (\beta_7 - \beta_1) - \frac{2(ST_7 - ST_1)}{d}. \text{ En fonction des variables indépendantes de design, } \text{ROT} = (\theta_{37} - \theta_{31}) - (\beta_7 - \beta_1) - \frac{2(ST_7 - ST_1)}{x_8}. \quad (\text{A4.58})$$

L'angle β_i est défini par la relation (A3.4) ; l'angle θ_{3i} est donné par les relations (A1.21), (A2.19) et (A2.20) et ST_i à la section A3.1 de l'annexe III.

- **Contraintes limitant le point de tirage à l'intérieur de son domaine**

Les limites LIMT1 (à l'ouverture) et LIMT2 (à la fermeture) de la figure 4.1 empêchent le point de tirage T de dépasser la première phalange. À l'aide de la figure A4.5, les contraintes qui en découlent peuvent être déterminées.

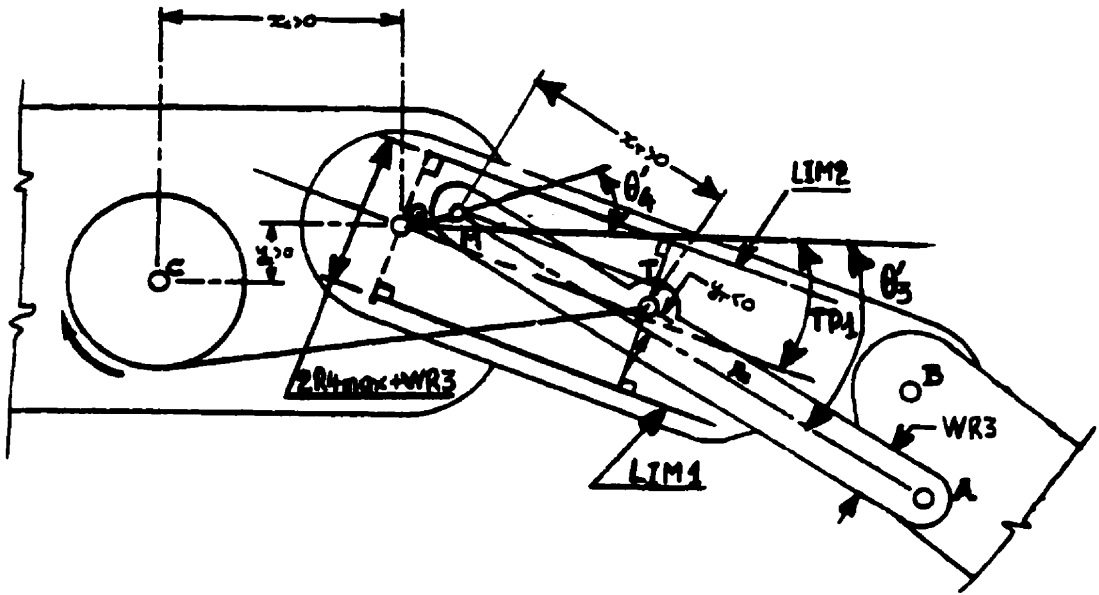


Figure A4.5 : Limites du point de tirage

À l'ouverture, on a : $y_T + WR3/2 \leq 2(r_{4max} + WR3/2)\cos(\theta_{31}' - TP1_1) - x_T \tan(\theta_{31}' - TP1_7) -$

$$[(r_{4max} + WR3/2) - r_4 \sin(\theta_4' + TP1_7)] \cos(\theta_{37}' - TP1_7); \quad (A4.59)$$

$$\Rightarrow g_{17}(X) = x_8 + WR3/2 + x_7 \tan(\theta_{31}' - TP1_7) -$$

$$[(r_{4max} + WR3/2) + x_4 \sin(\theta_4' + TP1_1)] * \cos(\theta_{31}' - TP1_1) \leq 0. \quad (A4.60)$$

À la fermeture, on a : $-y_T + WR3/2 \leq x_T \tan(\theta_{37}' - TP1_7) +$

$$[(r_{4max} + WR3/2) - r_4 \sin(\theta_4' + TP1_7)] * \cos(\theta_{37}' - TP1_7); \quad (A4.61)$$

$$\text{soit : } g_{18}(X) = -x_8 + WR3/2 - x_7 \tan(\theta_{37}' - TP1_7) -$$

$$[(r_{4max} + WR3/2) - x_4 \sin(\theta_4' + TP1_7)] * \cos(\theta_{37}' - TP1_7), \quad (A4.62)$$

$$\text{où } \theta_4' = 2\pi - x_5 \text{ et } \theta_{3i}' = \theta_{3i} - \pi. \quad (A4.63)$$

L'angle θ_{3i} est donné par les relations (A1.21), (A2.19) et (A2.20).

● **Contrainte limitant le câble entre la paume et le doigt**

À l'aide de la figure A4.6, le bras de levier MS peut être évalué. Il importe que le bras de levier effectif MS soit inférieur ou égal au bras de levier maximal M_{Mmax} . Par conséquent, on peut écrire : $MS \leq MS_{max}$.

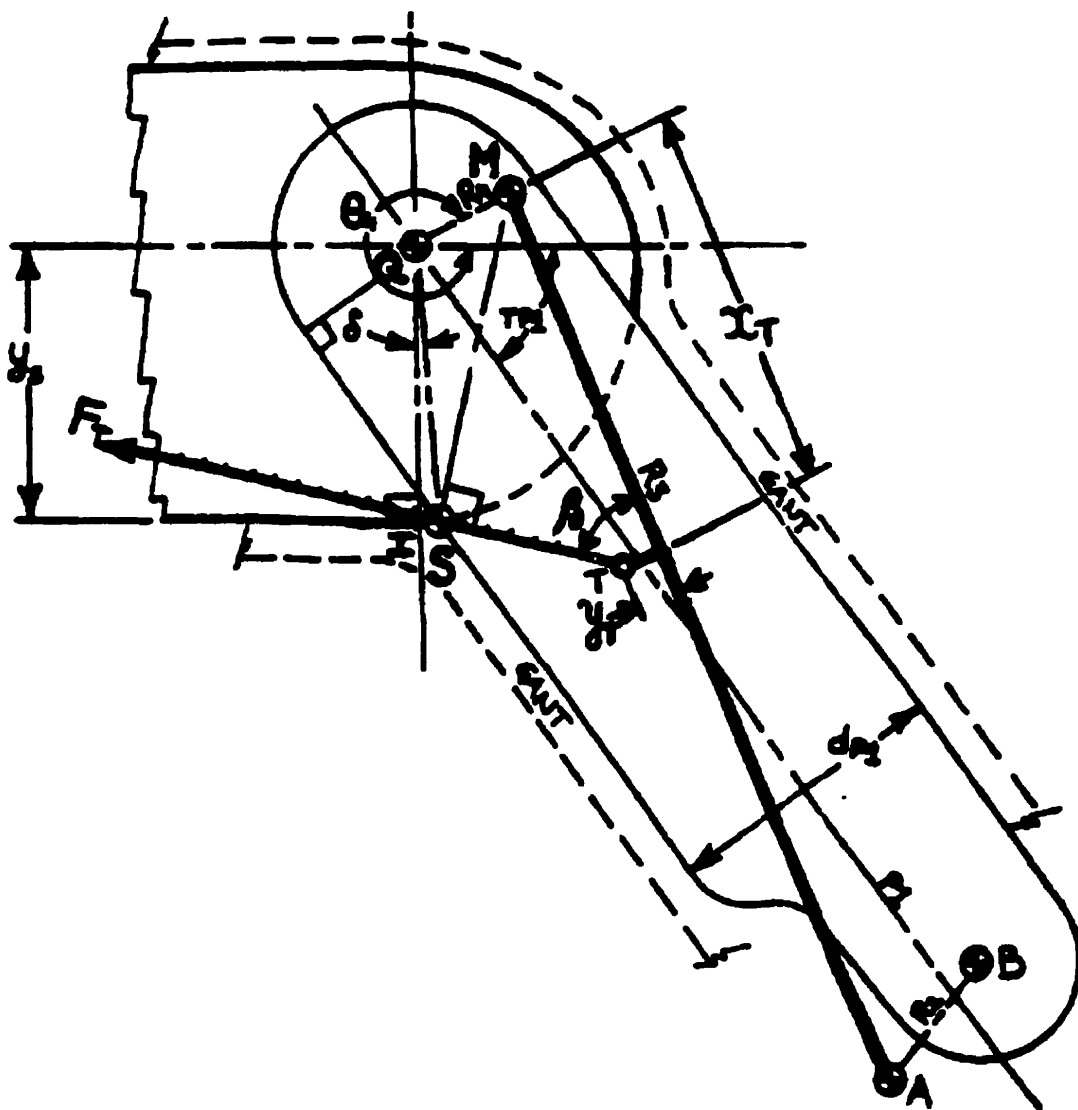


Figure A4.6 : Bras de levier de la force de tirage

La contrainte d'inégalité qui en découle est : $g_{19}(X) = MS - MS_{\max} \leq 0$ (A4.64)

Le bras de levier effectif est : $MS = \left(x_T + \frac{y_T}{\tan \beta} \right) \sin \beta = \left(x_6 + \frac{x_7}{\tan \beta} \right) \sin \beta$ (A4.65)

et $MS_{\max} = \sqrt{r_4^2 - 2r_4 QS \cos(SQM) + QS^2} = \sqrt{x_4^2 - 2x_4 QS \cos(SQM) + QS^2}$ (A4.66)

$$SQM = \frac{\pi}{2} - \delta + 2\pi - \theta_4 = \frac{5\pi}{2} - (\delta + x_5) ;$$

$$\frac{DPl}{2} = QS \cos(TPl_7 + \delta) = QS (\cos TPl_7 \cos \delta - \sin TPl_7 \sin \delta) ;$$

$$\sin \delta = \frac{IS}{QS} ; \cos \delta = \frac{y_s}{QS} \Rightarrow QS = \frac{y_s}{\cos \delta} ;$$

$$\Rightarrow \frac{DPl}{2} = y_s \cos TPl_7 - PS \sin TPl_7 \text{ et } PS = \frac{y_s \cos TPl_7 - \frac{DPl}{2}}{\sin TPl_7} ;$$

$$\tan \delta = \frac{IS}{y_s} \Rightarrow \delta = \arctg\left(\frac{IS}{y_s}\right) = \arctg\left(\frac{\cos TPl_7 - \frac{DPl}{2y_s}}{\sin TPl_7}\right)$$

• Contrainte relative à la fiabilité de la membrure motrice

La figure A4.1 montre le DCL de la membrure motrice de longueur r_3 . Il a été démontré que cette membrure est sollicitée en traction-compression et en flexion. La section la plus sollicitée est celle passant par le point de tirage T. Le facteur de sécurité retenu pour le design de cette pièce est égal à 2,5. Par ailleurs, si la nature stochastique des longueurs des membrures et des jeux dans les joints est considérée,

alors les limites inférieure et supérieure de la fiabilité R donnent lieu aux deux contraintes d'inégalité suivantes :

$$g_{20}(X) = R_{\min} - R \leq 0 \quad (\text{A4.67})$$

$$g_{21}(X) = R - R_{\max} \leq 0 \quad (\text{A4.68})$$

En supposant que la contrainte induite $\rho = \tau_{\max}$ et la résistance du matériau $S = S_y/2$ sont distribuées selon la loi lognormale, la fiabilité R est :

$$R = 1 - \left(\frac{1.29}{|u_o|} \right)^{7.8125} \quad (\text{Ngale, Vinet et Klim, 1998}) \quad (\text{A4.69})$$

La valeur du paramètre u_o est donnée par la relation (A4.19).

ANNEXE V

PROCESSUS D'OPTIMISATION DES MÉCANISMES DES DOIGTS SANS LEUR SYSTÈME D'ENTRAÎNEMENT

Les cinq critères de performance utilisés pour l'optimisation des mécanismes sont :

1. le couple-moteur maximal : $f_1(x)$;
2. l'énergie consommée : $f_2(x)$;
3. l'erreur quadratique moyenne sur l'angle de flexion TP2 : $f_3(x)$;
4. la déviation de l'angle de transmission de sa valeur idéale : $f_4(x)$;
5. l'erreur mécanique sur l'angle de flexion de la deuxième phalange due aux tolérances dimensionnelles et aux jeux dans les joints : $f_5(x)$.

Trois points de départ X_{01} , X_{02} et X_{03} sont utilisés pour chaque critère de performance. Les tableaux présentés ci-dessous, à l'exception de ceux du pouce, comportent chacun dans les quatre dernières colonnes, les quatre changements effectués sur les critères d'arrêt. Il faut souligner que des critères d'arrêt exigeants entraînent parfois des messages d'erreur dus au mauvais conditionnement de la matrice hessienne (notamment pour les deux dernières colonnes des tableaux). Pour chaque groupe de critères utilisés pour l'optimisation, la colonne y afférente présente dans l'ordre :

- les valeurs optimales des variables indépendantes de design x ;

- la valeur minimale de la fonction objectif minimisée f_i ;
- le critère de convergence sur les variables de design x ;
- le critère de convergence sur la fonction objectif f_i ;
- le critère de convergence sur les contraintes d'égalité et d'inégalité g ;
- les contraintes d'égalité et d'inégalité actives ;
- les limites inférieures des variables de design actives ;
- les contraintes d'égalité sur ces limites inférieures ;
- les limites supérieures des variables de design actives ;
- les contraintes d'égalité sur ces limites supérieures ;
- le nombre d'itérations ;

Tableau A5.1 : Index - couple-moteur - X_{01}

$X_{01}=[68 \ 5,1 \ 39,2 \ 5,4 \ 357]^T$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_1$ (°)	63,768001161899	63,768001161899	63,768001161899	63,768001161899
$x(2)=r_1$ (mm)	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000
$x(3)=r_2$ (mm)	38,618386028842	38,618386028842	38,618386028842	38,618386028842
$x(4)=r_3$ (mm)	5,7341265487157	5,7341265487157	5,7341265487157	5,7341265487157
$x(5)=\theta_4$ (°)	360,000000000000	360,000000000000	360,000000000000	360,000000000000
Fonction objectif	3971,2714090226	3971,2714090226	3971,2714090226	3971,2714090226
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_1	h_1, h_2, h_1	h_1, h_2, h_1
x_{min} actives	r_{2min}	r_{2min}	r_{2min}	r_{2min}
G sur x_{min}	0	0	0	0
x_{max} actives	θ_{4max}	θ_{4max}	θ_{4max}	θ_{4max}
G sur x_{max}	0	0	0	0
Itérations	37	43	43	43

Tableau A5.2 : Index - couple-moteur - X_{02} - contraintes actives

$X_{02}=[72 \ 5,8 \ 37,7 \ 6,1 \ 357,5]^T$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_1$ (°)	63,768001199143	63,768001199143	63,768001199143	63,768001199143
$x(2)=r_1$ (mm)	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000
$x(3)=r_1$ (mm)	38,618386026370	38,618386026370	38,618386026370	38,618386026370
$x(4)=r_1$ (mm)	5,7341265477337	5,7341265477337	5,7341265477337	5,7341265477337
$x(5)=\theta_1$ (°)	360,000000000000	360,000000000000	360,000000000000	360,000000000000
Fonction objectif	3971,2714119712	3971,2714119712	3971,2714119712	3971,2714119712
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3
x_{min} actives	r_{2min}	r_{2min}	r_{2min}	r_{2min}
G sur x_{min}	0	0	0	0
x_{max} actives	θ_{4max}	θ_{4max}	θ_{4max}	θ_{4max}
G sur x_{max}	0	0	0	0
Itérations	141	141	141	141

Tableau A5.3 : Index - couple-moteur - X_{03} - contraintes actives

$X_{03}=[78 \ 6 \ 37,8 \ 5,7 \ 352,5]^T$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_1$ (°)	63,768001199497	63,768001199497	63,768001199497	63,768001199497
$x(2)=r_1$ (mm)	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000
$x(3)=r_1$ (mm)	38,618386026318	38,618386026318	38,618386026318	38,618386026318
$x(4)=r_1$ (mm)	5,7341265477651	5,7341265477651	5,7341265477651	5,7341265477651
$x(5)=\theta_1$ (°)	360,000000000000	360,000000000000	360,000000000000	360,000000000000
Fonction objectif	3971,2714120431	3971,2714120431	3971,2714120431	3971,2714120431
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3
x_{min} actives	r_{2min}	r_{2min}	r_{2min}	r_{2min}
G sur x_{min}	0	0	0	0
x_{max} actives	θ_{4max}	θ_{4max}	θ_{4max}	θ_{4max}
G sur x_{max}	0	0	0	0
Itérations	193	193	193	193

Tableau A5.4 : Index - énergie consommée - X_{01}

$X_{01}=[68 \ 5,1 \ 39,2 \ 5,4 \ 357]^T$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	63,768001161896	63,768001161896	63,768001161896	63,768001161896
$x(2)=r_1$ (mm)	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000
$x(3)=r_2$ (mm)	38,618386028842	38,618386028842	38,618386028842	38,618386028842
$x(4)=r_4$ (mm)	5,7341265487158	5,7341265487158	5,7341265487158	5,7341265487158
$x(5)=\theta_4$ (°)	360,000000000000	360,000000000000	360,000000000000	360,000000000000
Fonction objectif	4069,5462579183	4069,5462579183	4069,5462579183	4069,5462579183
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_1	h_1, h_2, h_1	h_1, h_2, h_1
x_{\min} actives	$r_{2\min}$	$r_{2\min}$	$r_{2\min}$	$r_{2\min}$
G sur x_{\min}	0	0	0	0
x_{\max} actives	$\theta_{4\max}$	$\theta_{4\max}$	$\theta_{4\max}$	$\theta_{4\max}$
G sur x_{\max}	0	0	0	0
Itérations	37	43	43	43

Tableau A5.5 : Index - énergie consommée : X_{02} - contraintes actives

$X_{02}=[72 \ 5,8 \ 37,7 \ 6,1 \ 357,5]^T$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	63,768001162009	63,768001162009	63,768001162009	63,768001162009
$x(2)=r_1$ (mm)	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000
$x(3)=r_2$ (mm)	38,618386028835	38,618386028835	38,618386028835	38,618386028835
$x(4)=r_4$ (mm)	5,7341265487129	5,7341265487129	5,7341265487129	5,7341265487129
$x(5)=\theta_4$ (°)	360,000000000000	360,000000000000	360,000000000000	360,000000000000
Fonction objectif	4069,5462579187	4069,5462579187	4069,5462579187	4069,5462579187
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_1	h_1, h_2, h_1	h_1, h_2, h_1
x_{\min} actives	$r_{2\min}$	$r_{2\min}$	$r_{2\min}$	$r_{2\min}$
G sur x_{\min}	0	0	0	0
x_{\max} actives	$\theta_{4\max}$	$\theta_{4\max}$	$\theta_{4\max}$	$\theta_{4\max}$
G sur x_{\max}	0	0	0	0
Itérations	191	191	191	191

Tableau A5.6 : Index - énergie consommée - X_{03} - contraintes actives

$X_{03}=[78 \ 6 \ 37,8 \ 5,7 \ 352,5]^T$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	63,768001161903	63,768001161903	63,768001161903	63,768001161903
$x(2)=r_1$ (mm)	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000
$x(3)=r_2$ (mm)	38,618386028842	38,618386028842	38,618386028842	38,618386028842
$x(4)=r_3$ (mm)	5,7341265487155	5,7341265487155	5,7341265487155	5,7341265487155
$x(5)=\theta_4$ (°)	360,000000000000	360,000000000000	360,000000000000	360,000000000000
Fonction objectif	4069,5462579183	4069,5462579183	4069,5462579183	4069,5462579183
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3
x_{min} actives	R_{2min}	r_{2min}	r_{2min}	r_{2min}
G sur x_{min}	0	0	0	0
x_{max} actives	θ_{4max}	θ_{4max}	θ_{4max}	θ_{4max}
G sur x_{max}	0	0	0	0
Itérations	58	64	64	64

Tableau A5.7 : Index - erreur quadratique - X_{01} - Leastsq

$X_{01}=[64 \ 5,038 \ 38,575 \ 5,768 \ 360]^T$ en utilisant la fonction d'optimisation "Leastsq"				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	64,899715486557	64,899722418182	64,899722418182	64,899722418182
$x(2)=r_1$ (mm)	5,1835925903621	5,1835937867326	5,1835937867326	5,1835937867326
$x(3)=r_2$ (mm)	38,406818547871	38,406817104814	38,406817104814	38,406817104814
$x(4)=r_3$ (mm)	5,8935872380839	5,8935883592763	5,8935883592763	5,8935883592763
$x(5)=\theta_4$ (°)	359,98855787120	359,98855832448	359,98855832448	359,98855832448
Fonction objectif	3,5433828382e-8	3,5433770240e-8	3,5433770240e-8	3,5433770240e-8
Critère sur x	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3
x_{min} actives	-	-	-	-
G sur x_{min}	-	-	-	-
x_{max} actives	-	-	-	-
G sur x_{max}	-	-	-	-
Itérations	39	76	76	76

Tableau A5.8 : Index - erreur quadratique - X_{02} - Leastsq

$X_{02}=[68 \ 5,1 \ 39,2 \ 5,4 \ 357]^T$ en utilisant la fonction d'optimisation "Leastsq"				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	64,899715115743	64,899721314170	64,899721314170	64,899721314170
$x(2)=r_1$ (mm)	5,1835915645835	5,1835934524150	5,1835934524150	5,1835934524150
$x(3)=r_2$ (mm)	38,406819673648	38,406817491490	38,406817491490	38,406817491490
$x(4)=r_3$ (mm)	5,8935860007436	5,8935880046171	5,8935880046171	5,8935880046171
$x(5)=\theta_4$ (°)	359,98855476680	359,98855778875	359,98855778875	359,98855778875
Fonction objectif	3,5433770569e-8	3,5433770232e-8	3,5433770232e-8	3,5433770232e-8
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3
x_{min} actives			-	
G sur x_{min}			-	
x_{max} actives			-	
G sur x_{max}			-	
Itérations	83	108	108	108

Tableau A5.9 : Index - erreur quadratique - X_{03} - Leastsq

$X_{03}=[72 \ 5,8 \ 37,7 \ 6,1 \ 357,5]^T$ en utilisant la fonction d'optimisation "Leastsq"				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	64,899719723811	64,899721239184	64,899721239184	64,899721239184
$x(2)=r_1$ (mm)	5,1835930154303	5,1835934260744	5,1835934260744	5,1835934260744
$x(3)=r_2$ (mm)	38,406818000901	38,406817521783	38,406817521783	38,406817521783
$x(4)=r_3$ (mm)	5,8935875494775	5,8935879759811	5,8935879759811	5,8935879759811
$x(5)=\theta_4$ (°)	359,98855715858	359,98855774255	359,98855774255	359,98855774255
Fonction objectif	3,5433770656e-8	3,5433770228e-8	3,5433770228e-8	3,5433770228e-8
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3
x_{min} actives			-	
G sur x_{min}			-	
x_{max} actives			-	
G sur x_{max}			-	
Itérations	64	152	152	152

Tableau A5.10 : Index - erreur quadratique - X_{04} - Leastsq

$X_{04}=[78 \ 6 \ 37,8 \ 5,7 \ 352,5]^T$ en utilisant la fonction d'optimisation "Leastsq"				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A (^{\circ})$	64,899719916795	64,899721199007	64,899721199007	64,899721199007
$x(2)=r_1$ (mm)	5,1835930255168	5,1835934157625	5,1835934157625	5,1835934157625
$x(3)=r_2$ (mm)	38,406817984889	38,406817533718	38,406817533718	38,406817533718
$x(4)=r_3$ (mm)	5,8935875511632	5,8935879654605	5,8935879654605	5,8935879654605
$x(5)=\theta_4 (^{\circ})$	359,98855710382	359,98855772958	359,98855772958	359,98855772958
Fonction objectif	3,5433770250e-8	3,5433770228e-8	3,5433770228e-8	3,5433770228e-8
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3
x_{min} actives			-	
G sur x_{min}			-	
x_{max} actives			-	
G sur x_{max}			-	
Itérations	73	108	108	108

Tableau A5.11 : Index - déviation de l'angle de transmission - X_{01}

$X_{01}=[68 \ 5,1 \ 39,2 \ 5,4 \ 357]^T$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A (^{\circ})$	63,768001504428	63,768001504428	63,768001504428	63,768001504428
$x(2)=r_1$ (mm)	5,0000000000000	5,0000000000000	5,0000000000000	5,0000000000000
$x(3)=r_2$ (mm)	38,618386005817	38,618386005817	38,618386005817	38,618386005817
$x(4)=r_3$ (mm)	5,7341265401255	5,7341265401255	5,7341265401255	5,7341265401255
$x(5)=\theta_4 (^{\circ})$	360,00000000000	360,00000000000	360,00000000000	360,00000000000
Fonction objectif	3409,6946120225	3409,6946120225	3409,6946120225	3409,6946120225
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3
x_{min} actives	r_{2min}	r_{2min}	r_{2min}	r_{2min}
G sur x_{min}	0	0	0	0
x_{max} actives	θ_{4max}	θ_{4max}	θ_{4max}	θ_{4max}
G sur x_{max}	0	0	0	0
Itérations	68	68	68	68

Tableau A5.12 : Index - déviation de l'angle de transmission - X_{02} - contraintes actives

$X_{02}=[72 \ 5,8 \ 37,7 \ 6,1 \ 357,5]^T$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	63,768001504427	63,768001504427	63,768001504427	63,768001504427
$x(2)=r_1$ (mm)	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000
$x(3)=r_2$ (mm)	38,618385998796	38,618385998796	38,618385998796	38,618385998796
$x(4)=r_3$ (mm)	5,7341265373849	5,7341265373849	5,7341265373849	5,7341265373849
$x(5)=\theta_4$ (°)	360,000000000000	360,000000000000	360,000000000000	360,000000000000
Fonction objectif	3409,6946249926	3409,6946249926	3409,6946249926	3409,6946249926
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3
x_{\min} actives	$r_{2\min}$	$r_{2\min}$	$r_{2\min}$	$r_{2\min}$
G sur x_{\min}	0	0	0	0
x_{\max} actives	$\theta_{4\max}$	$\theta_{4\max}$	$\theta_{4\max}$	$\theta_{4\max}$
G sur x_{\max}	0	0	0	0
Itérations	100	100	100	100

Tableau A5.13 : Index - déviation de l'angle de transmission - X_{03} - contraintes actives

$X_{03}=[78 \ 6 \ 37,8 \ 5,7 \ 352,5]^T$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	63,768001163675	63,768001163675	63,768001163675	63,768001163675
$x(2)=r_1$ (mm)	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000
$x(3)=r_2$ (mm)	38,618386028721	38,618386028721	38,618386028721	38,618386028721
$x(4)=r_3$ (mm)	5,7341265486735	5,7341265486735	5,7341265486735	5,7341265486735
$x(5)=\theta_4$ (°)	360,000000000000	360,000000000000	360,000000000000	360,000000000000
Fonction objectif	3409,6945697233	3409,6945697233	3409,6945697233	3409,6945697233
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3
x_{\min} actives	$r_{2\min}$	$r_{2\min}$	$r_{2\min}$	$r_{2\min}$
G sur x_{\min}	0	0	0	0
x_{\max} actives	$\theta_{4\max}$	$\theta_{4\max}$	$\theta_{4\max}$	$\theta_{4\max}$
G sur x_{\max}	0	0	0	0
Itérations	135	135	135	135

Tableau A5.14 : Index - erreur mécanique - X_{01}

$X_{01}=[65 \ 5,2 \ 38,4 \ 5,9 \ 360 \ 3]^T$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	67,719537689410	67,719537689410	67,719537689410	67,719537689410
$x(2)=r_1$ (mm)	5,6663407815009	5,6663407815009	5,6663407815009	5,6663407815009
$x(3)=r_2$ (mm)	37,845563580822	37,845563580822	37,845563580822	37,845563580822
$x(4)=r_3$ (mm)	6,3033864120848	6,3033864120848	6,3033864120848	6,3033864120848
$x(5)=\theta_4$ (°)	360,000000000000	360,000000000000	360,000000000000	360,000000000000
$x(6)=k$	1,00000000000000	1,00000000000000	1,00000000000000	1,00000000000000
Fonction objectif	8,7209867209205	8,7209867209205	8,7209867209205	8,7209867209205
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-7}	10^{-7}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-7}	10^{-7}	10^{-9}
Critère sur g	10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3
x_{min} actives	k_{min}	k_{min}	k_{min}	k_{min}
G sur x_{min}	0	0	0	0
x_{max} actives	θ_{4max}	θ_{4max}	θ_{4max}	θ_{4max}
G sur x_{max}	0	0	0	0
Itérations	217	217	217	217

Tableau A5.15 : Index - erreur mécanique - X_{02}

$X_{02}=[72 \ 5,8 \ 37,7 \ 6,1 \ 357,5 \ 5]^T$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	67,719563252265	67,719563252265	67,719563252265	67,719563252265
$x(2)=r_1$ (mm)	5,6663452232657	5,6663452232657	5,6663452232657	5,6663452232657
$x(3)=r_2$ (mm)	37,845558386874	37,845558386874	37,845558386874	37,845558386874
$x(4)=r_3$ (mm)	6,3033900760510	6,3033900760510	6,3033900760510	6,3033900760510
$x(5)=\theta_4$ (°)	360,000000000000	360,000000000000	360,000000000000	360,000000000000
$x(6)=k$	1,00000000000000	1,00000000000000	1,00000000000000	1,00000000000000
Fonction objectif	8,7209738680558	8,7209738680558	8,7209738680558	8,7209738680558
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-7}	10^{-7}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-7}	10^{-7}	10^{-9}
Critère sur g	10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3
x_{min} actives	k_{min}	k_{min}	k_{min}	k_{min}
G sur x_{min}	0	0	0	0
x_{max} actives	θ_{4max}	θ_{4max}	θ_{4max}	θ_{4max}
G sur x_{max}	0	0	0	0
Itérations	327	237	237	237

Tableau A5.16 : Index - erreur mécanique - X_{03}

$X_{03}=[76 \ 6,059 \ 37,545 \ 6,005 \ 352,5 \ 3]^T$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	68,043647561220	68,043647561220	68,043647561220	68,043647561220
$x(2)=r_1$ (mm)	5,6798249799591	5,6798249799591	5,6798249799591	5,6798249799591
$x(3)=r_2$ (mm)	37,831549467632	37,831549467632	37,831549467632	37,831549467632
$x(4)=r_3$ (mm)	6,2939561841744	6,2939561841744	6,2939561841744	6,2939561841744
$x(5)=\theta_4$ (°)	359,83995998839	359,83995998839	359,83995998839	359,83995998839
$x(6)=k$	1,0000000000000	1,0000000000000	1,0000000000000	1,0000000000000
Fonction objectif	8,7208551576835	8,7208551576835	8,7208551576835	8,7208551576835
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-7}	10^{-7}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-7}	10^{-7}	10^{-9}
Critère sur g	10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3
x_{min} actives	k_{min}	k_{min}	k_{min}	k_{min}
G sur x_{min}	0	0	0	0
x_{max} actives	θ_{4max}	θ_{4max}	θ_{4max}	θ_{4max}
G sur x_{max}	0	0	0	0
Itérations	350	350	350	350

Tableau A5.17 : Majeur - couple-moteur - X_{01}

$X_{01}=[73 \ 5,1 \ 37 \ 7 \ 380]^T$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	82,241191874607	82,241191874607	82,241191874607	82,241191874607
$x(2)=r_1$ (mm)	5,0000000000000	5,0000000000000	5,0000000000000	5,0000000000000
$x(3)=r_2$ (mm)	37,132666836580	37,132666836580	37,132666836580	37,132666836580
$x(4)=r_3$ (mm)	5,9119482706690	5,9119482706690	5,9119482706690	5,9119482706690
$x(5)=\theta_4$ (°)	375,36756513101	375,36756513101	375,36756513101	375,36756513101
Fonction objectif	6631,0148658943	6631,0148658943	6631,0148658943	6631,0148658943
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-11}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	h_1, h_2, h_3, g_{12}	h_1, h_2, h_3, g_{12}	h_1, h_2, h_3, g_{12}	h_1, h_2, h_3, g_{12}
x_{min} actives	r_{2min}	r_{2min}	r_{2min}	r_{2min}
G sur x_{min}	0	0	0	0
x_{max} actives	-	-	-	-
G sur x_{max}	-	-	-	-
Itérations	50	50	50	50

Tableau A5.18 : Majeur - couple-moteur - X_{02} - contraintes actives

$X_{02}=[80 \ 8 \ 40 \ 6 \ 360]^T$ avec contrainte additionnelle : $\mu_{\min} \geq 20^\circ$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	82,241191874606	82,241191874606	82,241191874606	82,241191874606
$x(2)=r_1$ (mm)	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000
$x(3)=r_2$ (mm)	37,132666836580	37,132666836580	37,132666836580	37,132666836580
$x(4)=r_3$ (mm)	5,9119482706690	5,9119482706690	5,9119482706690	5,9119482706690
$x(5)=\theta_4$ (°)	375,36756513101	375,36756513101	375,36756513101	375,36756513101
Fonction objectif	6631,0148658933	6631,0148658933	6631,0148658933	6631,0148658933
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	h_1, h_2, h_3, g_{12}	h_1, h_2, h_3, g_{12}	h_1, h_2, h_3, g_{12}	h_1, h_2, h_3
x_{\min} actives	$r_{2\min}$	$r_{2\min}$	$r_{2\min}$	$r_{2\min}$
G sur x_{\min}	0	0	0	0
x_{\max} actives	-	-	-	-
G sur x_{\max}	-	-	-	-
Itérations	89	89	89	136

Tableau A5.19 : Majeur - couple-moteur - X_{03} - contraintes actives

$X_{03}=[85 \ 10 \ 45 \ 7 \ 370]^T$ avec contrainte additionnelle : $\mu_{\min} \geq 20^\circ$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	82,241191874683	82,241191874683	82,241191874683	82,241191874683
$x(2)=r_1$ (mm)	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000
$x(3)=r_2$ (mm)	37,132666836576	37,132666836576	37,132666836576	37,132666836576
$x(4)=r_3$ (mm)	5,9119482706664	5,9119482706664	5,9119482706664	5,9119482706664
$x(5)=\theta_4$ (°)	375,36756513101	375,36756513101	375,36756513101	375,36756513101
Fonction objectif	6631,0148659176	6631,0148659176	6631,0148659176	6631,0148659176
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-11}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	h_1, h_2, h_3, g_{12}	h_1, h_2, h_3, g_{12}	h_1, h_2, h_3, g_{12}	h_1, h_2, h_3, g_{12}
x_{\min} actives	$r_{2\min}$	$r_{2\min}$	$r_{2\min}$	$r_{2\min}$
G sur x_{\min}	0	0	0	0
x_{\max} actives	-	-	-	-
G sur x_{\max}	-	-	-	-
Itérations	88	88	88	88

Tableau A5.20 : Majeur - énergie consommée - X_{01}

$X_{01}=[73 \ 5,1 \ 37 \ 7 \ 380]^T$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	82,241191874832	82,241191874832	82,241191874832	82,241191874832
$x(2)=r_1$ (mm)	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000
$x(3)=r_2$ (mm)	37,132666836567	37,132666836567	37,132666836567	37,132666836567
$x(4)=r_3$ (mm)	5,9119482706619	5,9119482706619	5,9119482706619	5,9119482706619
$x(5)=\theta_4$ (°)	375,36756513101	375,36756513101	375,36756513101	375,36756513101
Fonction objectif	4727,1046615078	4727,1046615078	4727,1046615078	4727,1046615078
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	h_1, h_2, h_3, g_{12}	h_1, h_2, h_3, g_{12}	h_1, h_2, h_3, g_{12}	h_1, h_2, h_3, g_{12}
x_{min} actives	r_{2min}	r_{2min}	r_{2min}	r_{2min}
G sur x_{min}	0	0	0	0
x_{max} actives	-	-	-	-
G sur x_{max}	-	-	-	-
Itérations	128	128	128	128

Tableau A5.21 : Majeur - énergie consommée - X_{02} - contraintes actives

$X_{02}=[80 \ 8 \ 40 \ 6 \ 360]^T$ avec contrainte additionnelle : $\mu_{min} \geq 20^\circ$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	82,241191874583	82,241191874583	82,241191874583	82,241191874583
$x(2)=r_1$ (mm)	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000
$x(3)=r_2$ (mm)	37,132666836581	37,132666836581	37,132666836581	37,132666836581
$x(4)=r_3$ (mm)	5,9119482706697	5,9119482706697	5,9119482706697	5,9119482706697
$x(5)=\theta_4$ (°)	375,36756513101	375,36756513101	375,36756513101	375,36756513101
Fonction objectif	4727,1046615047	4727,1046615047	4727,1046615047	4727,1046615047
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	h_1, h_2, h_3, g_{12}	h_1, h_2, h_3, g_{12}	h_1, h_2, h_3, g_{12}	h_1, h_2, h_3, g_{12}
x_{min} actives	r_{2min}	r_{2min}	r_{2min}	r_{2min}
G sur x_{min}	0	0	0	0
x_{max} actives	-	-	-	-
G sur x_{max}	-	-	-	-
Itérations	150	150	150	150

Tableau A5.22 : Majeur - énergie consommée - X_{03} - contraintes actives

$X_{03}=[85 \ 10 \ 45 \ 7 \ 370]^T$ avec contrainte additionnelle : $\mu_{min} \geq 20^\circ$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	82,241191874491	82,241191874491	82,241191874491	82,241191874491
$x(2)=r_2$ (mm)	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000
$x(3)=r_1$ (mm)	37,132666836585	37,132666836585	37,132666836585	37,132666836585
$x(4)=r_4$ (mm)	5,9119482706744	5,9119482706744	5,9119482706744	5,9119482706744
$x(5)=\theta_4$ (°)	375,36756513101	375,36756513101	375,36756513101	375,36756513101
Fonction objectif	4727,1046615042	4727,1046615042	4727,1046615042	4727,1046615042
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	h_1, h_2, h_3, g_{12}	h_1, h_2, h_3, g_{12}	h_1, h_2, h_3, g_{12}	h_1, h_2, h_3, g_{12}
x_{min} actives	r_{2min}	r_{2min}	r_{2min}	r_{2min}
G sur x_{min}	0	0	0	0
x_{max} actives	-	-	-	-
G sur x_{max}	-	-	-	-
Itérations	64	64	64	64

Tableau A5.23 : Majeur - erreur quadratique - X_{01} - Leastsq

$X_{01}=[73 \ 5,1 \ 37 \ 7 \ 380]^T$ en utilisant la fonction d'optimisation "Leastsq"				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	88,847199406567	88,847201089773	88,847201089773	88,847201089773
$x(2)=r_2$ (mm)	4,9978856263441	4,9978859860331	4,9978859860331	4,9978859860331
$x(3)=r_1$ (mm)	37,504211858310	37,504211319113	37,504211319113	37,504211319113
$x(4)=r_4$ (mm)	5,0772448206827	5,0772451409038	5,0772451409038	5,0772451409038
$x(5)=\theta_4$ (°)	370,19761799959	370,19761894389	370,19761894389	370,19761894389
Fonction objectif	5,7598023373e-8	5,7597983073e-8	5,7597983073e-8	5,7597983073e-8
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-7}	10^{-7}	10^{-9}	10^{-7}
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3
x_{min} actives	-	-	-	-
G sur x_{min}	-	-	-	-
x_{max} actives	-	-	-	-
G sur x_{max}	-	-	-	-
Itérations	184	222	222	222

Tableau A5.24 : Majeur - erreur quadratique - X_{01} - Constr

$X_{01}=[73 \ 5,1 \ 37 \ 7 \ 380]^T$ en utilisant la fonction d'optimisation "Constr"				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	82,293248932692	82,293248932691	82,293248932691	82,293248932691
$x(2)=r_1$ (mm)	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000
$x(3)=r_2$ (mm)	37,134743973785	37,134743973785	37,134743973785	37,134743973785
$x(4)=r_3$ (mm)	5,9059898687860	5,9059898687861	5,9059898687861	5,9059898687861
$x(5)=\theta_4$ (°)	375,33528924259	375,33528924259	375,33528924259	375,33528924259
Fonction objectif	1,7919861539e-1	1,7919861539e-1	1,7919861539e-1	1,7919861539e-1
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}
G actives	h_1, h_2, h_3, g_1	h_1, h_2, h_3, g_1	h_1, h_2, h_3, g_1	h_1, h_2, h_3, g_1
x_{min} actives	-	-	r_{2min}	-
G sur x_{min}	-	-	0	-
x_{max} actives	-	-	-	-
G sur x_{max}	-	-	-	-
Itérations	44	50	50	50

Tableau A5.25 : Majeur - erreur quadratique - X_{02} - Constr

$X_{02}=[80 \ 8 \ 40 \ 6 \ 360]^T$ en utilisant la fonction d'optimisation "Constr" et $x(2)=5$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	82,293248932959	82,293248933001	82,293248933001	82,293248933001
$x(2)=r_1$ (mm)	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000
$x(3)=r_2$ (mm)	37,134743973871	37,134743973873	37,134743973873	37,134743973873
$x(4)=r_3$ (mm)	5,9059898686900	5,9059898686853	5,9059898686853	5,9059898686852
$x(5)=\theta_4$ (°)	375,33528924197	375,33528924194	375,33528924194	375,33528924194
Fonction objectif	1,7919861540e-1	1,7919861540e-1	1,7919861540e-1	1,7919861540e-1
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}
G actives	h_1, h_2, h_3, g_1	h_1, h_2, h_3, g_1	h_1, h_2, h_3, g_1	h_1, h_2, h_3, g_1
x_{min} actives	-	-	r_{2min}	-
G sur x_{min}	-	-	0	-
x_{max} actives	-	-	-	-
G sur x_{max}	-	-	-	-
Itérations	295	301	301	308

Tableau A5.26 : Majeur - erreur quadratique - X_{03} - Constr

$X_{03}=[85 \ 10 \ 45 \ 7 \ 370]^T$ en utilisant la fonction d'optimisation "Constr" et $x(2)=5$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	82,293248943258	82,293248943258	82,293248943258	82,293248943257
$x(2)=r_1$ (mm)	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000
$x(3)=r_2$ (mm)	37,134743976206	37,134743976206	37,134743976206	37,134743976206
$x(4)=r_3$ (mm)	5,9059898658454	5,9059898658454	5,9059898658454	5,9059898658455
$x(5)=\theta_4$ (°)	375,33528922505	375,33528922505	375,33528922505	375,33528922505
Fonction objectif	1,7919861594e-1	1,7919861594e-1	1,7919861594e-1	1,7919861594e-1
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}
G actives	h_1, h_2, h_3, g_1	h_1, h_2, h_3, g_1	h_1, h_2, h_3, g_1	h_1, h_2, h_3, g_1
x_{min} actives	-	-	r_{2min}	-
G sur x_{min}	-	-	0	-
x_{max} actives	-	-	-	-
G sur x_{max}	-	-	-	-
Itérations	43	43	43	49

Tableau A5.27 : Majeur - déviation de l'angle de transmission - X_{01}

$X_{01}=[73 \ 5.1 \ 37 \ 7 \ 380]^T$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	82,241191874156	82,241191874156	82,241191874156	82,241191874156
$x(2)=r_1$ (mm)	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000
$x(3)=r_2$ (mm)	37,132666836603	37,132666836603	37,132666836603	37,132666836603
$x(4)=r_3$ (mm)	5,9119482706861	5,9119482706861	5,9119482706861	5,9119482706861
$x(5)=\theta_4$ (°)	375,36756513101	375,36756513101	375,36756513101	375,36756513101
Fonction objectif	4983,5629844072	4983,5629844072	4983,5629844072	4983,5629844072
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-12}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	h_1, h_2, h_3, g_{12}	h_1, h_2, h_3, g_{12}	h_1, h_2, h_3, g_{12}	h_1, h_2, h_3, g_{12}
x_{min} actives	r_{2min}	r_{2min}	r_{2min}	r_{2min}
G sur x_{min}	0	0	0	-1,776356839e-15
x_{max} actives	-	-	-	-
G sur x_{max}	-	-	-	-
Itérations	99	99	99	112

Tableau A5.28 : Majeur - déviation de l'angle de transmission - X_{02} - contraintes actives

$X_{02}=[80 \ 8 \ 40 \ 6 \ 360]^T$ avec contrainte additionnelle : $\mu_{\min} \geq 20^\circ$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	82,241191874403	82,241191874403	82,241191874403	82,241191874404
$x(2)=r_1$ (mm)	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000
$x(3)=r_2$ (mm)	37,132666836590	37,132666836590	37,132666836590	37,132666836590
$x(4)=r_3$ (mm)	5,9119482706768	5,9119482706768	5,9119482706768	5,9119482706768
$x(5)=\theta_4$ (°)	375,36756513101	375,36756513101	375,36756513101	375,36756513101
Fonction objectif	4983,5629844592	4983,5629844592	4983,5629844592	4983,5629844594
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	h_1, h_2, h_3, g_{12}	h_1, h_2, h_3, g_{12}	h_1, h_2, h_3, g_{12}	h_1, h_2, h_3
x_{\min} actives	$r_{2\min}$	$r_{2\min}$	$r_{2\min}$	-
G sur x_{\min}	0	0	0	-1,154631945e-14
x_{\max} actives	-	-	-	-
G sur x_{\max}	-	-	-	-
Itérations	81	81	81	102

Tableau A5.29 : Majeur - déviation de l'angle de transmission - X_{03} - contraintes actives

$X_{03}=[85 \ 10 \ 45 \ 7 \ 370]^T$ avec contrainte additionnelle : $\mu_{\min} \geq 20^\circ$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	82,241191874605	82,241191874605	82,241191874605	82,241191874605
$x(2)=r_1$ (mm)	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000
$x(3)=r_2$ (mm)	37,132666836580	37,132666836580	37,132666836580	37,132666836580
$x(4)=r_3$ (mm)	5,9119482706691	5,9119482706691	5,9119482706691	5,9119482706691
$x(5)=\theta_4$ (°)	375,36756513101	375,36756513101	375,36756513101	375,36756513101
Fonction objectif	4983,5629845010	4983,5629845011	4983,5629845011	4983,5629845011
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-11}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	h_1, h_2, h_3, g_{12}	h_1, h_2, h_3, g_{12}	h_1, h_2, h_3, g_{12}	h_1, h_2, h_3, g_{12}
x_{\min} actives	$r_{2\min}$	$r_{2\min}$	$r_{2\min}$	$r_{2\min}$
G sur x_{\min}	0	0	0	0
x_{\max} actives	-	-	-	-
G sur x_{\max}	-	-	-	-
Itérations	60	66	66	66

Tableau A5.30 : Majeur - erreur mécanique - X_{01}

$X_{01}=[73 \ 6 \ 37 \ 7 \ 380 \ 2]^T$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	82,295109384640	82,295109384640	82,295109384640	82,295109384640
$x(2)=r_2$ (mm)	5,0099334758091	5,0099334758091	5,0099334758091	5,0099334758090
$x(3)=r_3$ (mm)	37,119875332748	37,119875332748	37,119875332748	37,119875332748
$x(4)=r_4$ (mm)	5,9198899195112	5,9198899195112	5,9198899195112	5,9198899195111
$x(5)=\theta_4$ (°)	375,36756513101	375,36756513101	375,36756513101	375,36756513101
$x(6)=k$	1,0000000000000	1,0000000000000	1,0000000000000	1,0000000000000
Fonction objectif	13,530409910748	13,530409910748	13,530409910748	13,530409911118
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	$h_1, h_2, h_3, g_1, g_{12}$	$h_1, h_2, h_3, g_1, g_{12}$	$h_1, h_2, h_3, g_1, g_{12}$	$h_1, h_2, h_3, g_1, g_{12}$
x_{min} actives	k_{min}	k_{min}	k_{min}	k_{min}
G sur x_{min}	0	0	0	0
x_{max} actives	-	-	-	-
G sur x_{max}	-	-	-	-
Itérations	65	65	65	72

Tableau A5.31 : Majeur - erreur mécanique - X_{02} - contraintes actives

$X_{02}=[80 \ 8 \ 40 \ 6 \ 360 \ 10]^T$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	82,295109383588	82,295109383588	82,295109383588	82,295109383588
$x(2)=r_2$ (mm)	5,0099334749424	5,0099334749424	5,0099334749424	5,0099334749424
$x(3)=r_3$ (mm)	37,119875333675	37,119875333675	37,119875333675	37,119875333675
$x(4)=r_4$ (mm)	5,9198899186844	5,9198899186844	5,9198899186844	5,9198899186844
$x(5)=\theta_4$ (°)	375,36756513101	375,36756513101	375,36756513101	375,36756513101
$x(6)=k$	1,0000000000000	1,0000000000000	1,0000000000000	1,0000000000000
Fonction objectif	13,530409916637	13,530409916637	13,530409916637	13,530409916628
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	$h_1, h_2, h_3, g_1, g_{12}$	$h_1, h_2, h_3, g_1, g_{12}$	$h_1, h_2, h_3, g_1, g_{12}$	$h_1, h_2, h_3, g_1, g_{12}$
x_{min} actives	k_{min}	k_{min}	k_{min}	k_{min}
G sur x_{min}	0	0	0	0
x_{max} actives	-	-	-	-
G sur x_{max}	-	-	-	-
Itérations	78	78	78	85

Tableau A5.32 : Majeur - erreur mécanique - X_{03} - contraintes actives

$X_{03}=[85 \ 10 \ 45 \ 7 \ 370,4]^T$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	82,295109384204	82,295109384204	82,295109384204	82,295109384204
$x(2)=r_1$ (mm)	5,0099334798507	5,0099334798507	5,0099334798507	5,0099334798507
$x(3)=r_1$ (mm)	37,119875328157	37,119875328157	37,119875328157	37,119875328157
$x(4)=r_1$ (mm)	5,9198899245543	5,9198899245543	5,9198899245543	5,9198899245542
$x(5)=\theta_4$ (°)	375,36756513101	375,36756513101	375,36756513101	375,36756513101
$x(6)=k$	1,0000000000000	1,0000000000000	1,0000000000000	1,0000000000000
Fonction objectif	13,530409883072	13,530409883072	13,530409883072	13,530409883354
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	$h_1, h_2, h_3, g_1, g_{12}$	$h_1, h_2, h_3, g_1, g_{12}$	$h_1, h_2, h_3, g_1, g_{12}$	$h_1, h_2, h_3, g_1, g_{12}$
x_{min} actives	k_{min}	k_{min}	k_{min}	k_{min}
G sur x_{min}	0	0	0	0
x_{max} actives	-	-	-	-
G sur x_{max}	-	-	-	-
Itérations	68	68	68	86

Tableau A5.33 : Annulaire - couple-moteur - X_{01}

$X_{01}=[41 \ 5,2 \ 41 \ 6 \ 357,5]^T$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	44,874217956681	44,874217956681	44,874217956681	44,874217956681
$x(2)=r_2$ (mm)	6,4369088092340	6,4369088092340	6,4369088092340	6,4369088092340
$x(3)=r_1$ (mm)	39,734955094226	39,734955094226	39,734955094226	39,734955094226
$x(4)=r_1$ (mm)	7,5000000000000	7,5000000000000	7,5000000000000	7,5000000000000
$x(5)=\theta_4$ (°)	360,00000000000	360,00000000000	360,00000000000	360,00000000000
Fonction objectif	3296,7956858245	3296,7956858245	3296,7956858245	3296,7956858245
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3
x_{min} actives	-	-	-	-
G sur x_{min}	-	-	-	-
x_{max} actives	r_{4max}, θ_{4max}	r_{4max}, θ_{4max}	r_{4max}, θ_{4max}	r_{4max}, θ_{4max}
G sur x_{max}	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0
Itérations	43	43	43	43

Tableau A5.34 : Annulaire - couple-moteur - X_{02} - contraintes actives

$X_{02}=[40 \ 6 \ 43 \ 7 \ 355]^T$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	44,874217560670	44,874217560670	44,874217560670	44,874217560670
$x(2)=r_2$ (mm)	6,4369088116102	6,4369088116102	6,4369088116102	6,4369088116102
$x(3)=r_1$ (mm)	39,734955136312	39,734955136312	39,734955136312	39,734955136312
$x(4)=r_4$ (mm)	7,5000000000000	7,5000000000000	7,5000000000000	7,5000000000000
$x(5)=\theta_4$ (°)	360,00000000000	360,00000000000	360,00000000000	360,00000000000
Fonction objectif	3296,7956859099	3296,7956859099	3296,7956859099	3296,7956859099
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3
x_{min} actives	-	-	-	-
G sur x_{min}	-	-	-	-
x_{max} actives	r_{4max}, θ_{4max}	r_{4max}, θ_{4max}	r_{4max}, θ_{4max}	r_{4max}, θ_{4max}
G sur x_{max}	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0
Itérations	210	210	210	210

Tableau A5.35 : Annulaire - couple-moteur - X_{03} - contraintes actives

$X_{03}=[55 \ 6 \ 40 \ 6.5 \ 365]^T$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	44,874217990807	44,874217990807	44,874217990807	44,874217990807
$x(2)=r_2$ (mm)	6,4369088088388	6,4369088088388	6,4369088088388	6,4369088088388
$x(3)=r_1$ (mm)	39,734955090464	39,734955090464	39,734955090464	39,734955090464
$x(4)=r_4$ (mm)	7,5000000000000	7,5000000000000	7,5000000000000	7,5000000000000
$x(5)=\theta_4$ (°)	360,00000000000	360,00000000000	360,00000000000	360,00000000000
Fonction objectif	3296,7956858327	3296,7956858327	3296,7956858327	3296,7956858327
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3
x_{min} actives	-	-	-	-
G sur x_{min}	-	-	-	-
x_{max} actives	r_{4max}, θ_{4max}	r_{4max}, θ_{4max}	r_{4max}, θ_{4max}	r_{4max}, θ_{4max}
G sur x_{max}	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0
Itérations	37	37	37	37

Tableau A5.36 : Annulaire - énergie consommée - X_{01}

$X_{01}=[41 \ 5,2 \ 41 \ 6 \ 357,5]^T$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A (^{\circ})$	35,634544558691	35,634544558691	35,634544558691	35,634544558691
$x(2)=r_2 \text{ (mm)}$	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000
$x(3)=r_1 \text{ (mm)}$	40,977025067036	40,977025067036	40,977025067036	40,977025067036
$x(4)=r_4 \text{ (mm)}$	5,9338811872970	5,9338811872970	5,9338811872970	5,9338811872970
$x(5)=\theta_4 (^{\circ})$	360,000000000000	360,000000000000	360,000000000000	360,000000000000
Fonction objectif	3788,6543261436	3788,6543261436	3788,6543261436	3788,6543261436
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3
x_{\min} actives	$r_{2\min}$	$r_{2\min}$	$r_{2\min}$	$r_{2\min}$
G sur x_{\min}	0	0	0	0
x_{\max} actives	$\theta_{4\max}$	$\theta_{4\max}$	$\theta_{4\max}$	$\theta_{4\max}$
G sur x_{\max}	0	0	0	0
Itérations	37	37	37	37

Tableau A5.37 : Annulaire - énergie consommée - X_{02} - contraintes actives

$X_{02}=[40 \ 6 \ 43 \ 7 \ 355]^T$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A (^{\circ})$	35,634550172988	35,634544924749	35,634544924749	35,634544924749
$x(2)=r_2 \text{ (mm)}$	5,0000008448469	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000
$x(3)=r_1 \text{ (mm)}$	40,977024386562	40,977025035079	40,977025035079	40,977025035079
$x(4)=r_4 \text{ (mm)}$	5,9338821367404	5,9338811931110	5,9338811931110	5,9338811931110
$x(5)=\theta_4 (^{\circ})$	360,000000000000	360,000000000000	360,000000000000	360,000000000000
Fonction objectif	3788,6543267762	3788,6543259115	3788,6543259115	3788,6543259115
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3
x_{\min} actives	-	$r_{2\min}$	$r_{2\min}$	$r_{2\min}$
G sur x_{\min}	-	0	0	0
x_{\max} actives	$\theta_{4\max}$	$\theta_{4\max}$	$\theta_{4\max}$	$\theta_{4\max}$
G sur x_{\max}	0	0	0	0
Itérations	37	49	49	49

Tableau A5.38 : Annulaire - énergie consommée - X_{03} - contraintes actives

$X_{03}=[55 \ 6 \ 40 \ 6,5 \ 365]^T$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	35,730387064108	35,634544535051	35,634544535051	35,634544535051
$x(2)=r_1$ (mm)	5,0154212271016	5,0000000000000	5,0000000000000	5,0000000000000
$x(3)=r_2$ (mm)	40,965171550568	40,977025069375	40,977025069375	40,977025069375
$x(4)=r_3$ (mm)	5,9511015967879	5,9338811856939	5,9338811856939	5,9338811856939
$x(5)=\theta_4$ (°)	360,00000000000	360,00000000000	360,00000000000	360,00000000000
Fonction objectif	3788,6702116969	3788,6543255664	3788,6543255664	3788,6543255664
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3
x_{min} actives	-	r_{2min}	r_{2min}	r_{2min}
G sur x_{min}	-	0	0	0
x_{max} actives	θ_{4max}	θ_{4max}	θ_{4max}	θ_{4max}
G sur x_{max}	0	0	0	0
Itérations	37	110	110	110

Tableau A5.39 : Annulaire - erreur quadratique - X_{01} - Leastsq

$X_{01}=[41 \ 5,2 \ 41 \ 6 \ 357,5]^T$ en utilisant la fonction d'optimisation "Leastsq"				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	43,111519124421	43,111538206596	43,111538206596	43,111538206596
$x(2)=r_1$ (mm)	6,1747848659513	6,1747889262181	6,1747889262181	6,1747889262181
$x(3)=r_2$ (mm)	39,983281851293	39,983278350380	39,983278350380	39,983278350380
$x(4)=r_3$ (mm)	7,2216275621292	7,2216320680537	7,2216320680537	7,2216320680537
$x(5)=\theta_4$ (°)	360,02365247572	360,02365658830	360,02365658830	360,02365658830
Fonction objectif	1,9561794376e-8	1,9561793863e-8	1,9561793863e-8	1,9561793863e-8
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3
x_{min} actives	-	-	-	-
G sur x_{min}	-	-	-	-
x_{max} actives	-	-	-	-
G sur x_{max}	-	-	-	-
Itérations	56	105	105	105

Tableau A5.40 : Annulaire - erreur quadratique - X_{01} - Leastsq - $x(5)=360^\circ$

$X_{01}=[41 \ 5.2 \ 41 \ 6]^T$ en utilisant la fonction d'optimisation "Leastsq" et $x(5)=360^\circ$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	43,005672058494	43,005670846793	43,005670846793	43,005670846793
$x(2)=r_1$ (mm)	6,1520219974964	6,1520218124513	6,1520218124513	6,1520218124513
$x(3)=r_2$ (mm)	40,002843544706	40,002843715372	40,002843715372	40,002843715372
$x(4)=r_3$ (mm)	7,1963373661754	7,1963371679959	7,1963371679959	7,1963371679959
$x(5)=\theta_4$ (°)	360,000000000000	360,000000000000	360,000000000000	360,000000000000
Fonction objectif	3,8928898552e-8	3,8928898522e-8	3,8928898522e-8	3,8928898522e-8
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3
x_{min} actives	-	-	-	-
G sur x_{min}	-	-	-	-
x_{max} actives	θ_{4max}	θ_{4max}	θ_{4max}	θ_{4max}
G sur x_{max}	0	0	0	0
Itérations	48	93	93	93

Tableau A5.41 : Annulaire - erreur quadratique - X_{02} - Leastsq - $x(5)=360^\circ$

$X_{02}=[45 \ 5.8 \ 40.2 \ 6.7]^T$ en utilisant la fonction d'optimisation "Leastsq" et $x(5)=360^\circ$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	43,005670449816	43,005670846793	43,005670846793	43,005670846793
$x(2)=r_1$ (mm)	6,1520217524422	6,1520218124513	6,1520218124513	6,1520218124513
$x(3)=r_2$ (mm)	40,002843771179	40,002843715372	40,002843715372	40,002843715372
$x(4)=r_3$ (mm)	7,1963371036652	7,1963371679959	7,1963371679959	7,1963371679959
$x(5)=\theta_4$ (°)	360,000000000000	360,000000000000	360,000000000000	360,000000000000
Fonction objectif	3,8928898536e-8	3,8928898522e-8	3,8928898522e-8	3,8928898522e-8
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3
x_{min} actives	-	-	-	-
G sur x_{min}	-	-	-	-
x_{max} actives	θ_{4max}	θ_{4max}	θ_{4max}	θ_{4max}
G sur x_{max}	0	0	0	0
Itérations	33	57	57	57

Tableau A5.42 : Annulaire - erreur quadratique - X_{03} - Leastsq - $x(5)=360^\circ$

$X_{01}=[55 \ 6 \ 40 \ 6,5]^T$ en utilisant la fonction d'optimisation "Leastsq" et $x(5)=360^\circ$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A (^\circ)$	43,005671038722	43,005671254147	43,005671254147	43,005671254147
$x(2)=r_1$ (mm)	6,1520218424952	6,1520218748850	6,1520218748850	6,1520218748850
$x(3)=r_2$ (mm)	40,002843686421	40,002843657923	40,002843657923	40,002843657923
$x(4)=r_3$ (mm)	7,1963372049244	7,1963372348746	7,1963372348746	7,1963372348746
$x(5)=\theta_4 (^\circ)$	360,000000000000	360,000000000000	360,000000000000	360,000000000000
Fonction objectif	3,8928898876e-8	3,8928898525e-8	3,8928898525e-8	3,8928898525e-8
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3
x_{min} actives	-	-	-	-
G sur x_{min}	-	-	-	-
x_{max} actives	θ_{4max}	θ_{4max}	θ_{4max}	θ_{4max}
G sur x_{max}	0	0	0	0
Itérations	33	75	75	75

Tableau A5.43 : Annulaire - déviation de l'angle de transmission X_{01}

$X_{01}=[41 \ 5,2 \ 41 \ 6 \ 357,5]^T$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A (^\circ)$	35,634544535016	35,634544535016	35,634544535016	35,634544535016
$x(2)=r_1$ (mm)	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000
$x(3)=r_2$ (mm)	40,977025069378	40,977025069378	40,977025069378	40,977025069378
$x(4)=r_3$ (mm)	5,9338811856937	5,9338811856937	5,9338811856937	5,9338811856937
$x(5)=\theta_4 (^\circ)$	360,000000000000	360,000000000000	360,000000000000	360,000000000000
Fonction objectif	2111,4624108959	2111,4624108959	2111,4624108959	2111,4624108959
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3
x_{min} actives	r_{2min}	r_{2min}	r_{2min}	r_{2min}
G sur x_{min}	0	0	0	0
x_{max} actives	θ_{4max}	θ_{4max}	θ_{4max}	θ_{4max}
G sur x_{max}	0	0	0	0
Itérations	67	67	67	67

Tableau A5.44 : Annulaire - déviation de l'angle de transmission X_{02} - contraintes actives

$X_{02}=[40 \ 6 \ 43 \ 7 \ 355]^T$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	35,634544535036	35,634544535036	35,634544535036	35,634544535036
$x(2)=r_1$ (mm)	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000
$x(3)=r_2$ (mm)	40,977025069377	40,977025069377	40,977025069377	40,977025069377
$x(4)=r_3$ (mm)	5,9338811856934	5,9338811856934	5,9338811856934	5,9338811856934
$x(5)=\theta_4$ (°)	360,000000000000	360,000000000000	360,000000000000	360,000000000000
Fonction objectif	2111,4624108954	2111,4624108954	2111,4624108954	2111,4624108954
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3
x_{min} actives	r_{2min}	r_{2min}	r_{2min}	r_{2min}
G sur x_{min}	0	0	0	0
x_{max} actives	θ_{4max}	θ_{4max}	θ_{4max}	θ_{4max}
G sur x_{max}	0	0	0	0
Itérations	185	185	185	185

Tableau A5.45 : Annulaire - déviation de l'angle de transmission X_{03} - contraintes actives

$X_{03}=[55 \ 6 \ 40 \ 6,5 \ 365]^T$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	35,634544534968	35,634544534968	35,634544534968	35,634544534968
$x(2)=r_1$ (mm)	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000	5,00000000000000
$x(3)=r_2$ (mm)	40,977025069383	40,977025069383	40,977025069383	40,977025069383
$x(4)=r_3$ (mm)	5,9338811856924	5,9338811856924	5,9338811856924	5,9338811856924
$x(5)=\theta_4$ (°)	360,000000000000	360,000000000000	360,000000000000	360,000000000000
Fonction objectif	2111,4624108954	2111,4624108954	2111,4624108954	2111,4624108954
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3
x_{min} actives	r_{2min}	r_{2min}	r_{2min}	r_{2min}
G sur x_{min}	0	0	0	0
x_{max} actives	θ_{4max}	θ_{4max}	θ_{4max}	θ_{4max}
G sur x_{max}	0	0	0	0
Itérations	73	73	73	73

Tableau A5.46 : Annulaire - erreur mécanique - X_{01}

$X_{01}=[55 \ 6 \ 40 \ 6,5 \ 365 \ 4]^T$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	68,884650266690	68,884650219931	68,884650220107	68,884650220107
$x(2)=r_2$ (mm)	7,3348644336005	7,3348644311047	7,3348644311142	7,3348644311142
$x(3)=r_1$ (mm)	39,015554351405	39,015554351180	39,015554351181	39,015554351181
$x(4)=r_4$ (mm)	7,5000000000000	7,5000000000000	7,5000000000000	7,5000000000000
$x(5)=\theta_4$ (°)	343,04670548286	343,04670553311	343,04670553292	343,04670553292
$x(6)=k$	1,0000000000000	1,0000000000000	1,0000000000000	1,0000000000000
Fonction objectif	5,5871650589560	5,5871650574782	5,5871650574671	5,5871650574430
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	h_1, h_2, h_3, g_{15}	h_1, h_2, h_3, g_{15}	h_1, h_2, h_3, g_{15}	h_1, h_2, h_3, g_{15}
x_{\min} actives	k_{\min}	k_{\min}	k_{\min}	k_{\min}
G sur x_{\min}	0	0	0	0
x_{\max} actives	$r_{4\max}$	$r_{4\max}$	$r_{4\max}$	$r_{4\max}$
G sur x_{\max}	0	0	0	0
Itérations	126	133	140	147

Tableau A5.47 : Annulaire - erreur mécanique - X_{02} - contraintes actives

$X_{02}=[41 \ 5,2 \ 41 \ 6 \ 357,5 \ 3]^T$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	68,884650223077	68,884650223151	68,884650223151	68,884650223200
$x(2)=r_2$ (mm)	7,3348644310161	7,3348644310201	7,3348644310201	7,3348644310227
$x(3)=r_1$ (mm)	39,015554348084	39,015554348084	39,015554348084	39,015554348085
$x(4)=r_4$ (mm)	7,5000000000000	7,5000000000000	7,5000000000000	7,5000000000000
$x(5)=\theta_4$ (°)	343,04670555725	343,04670555717	343,04670555717	343,04670555712
$x(6)=k$	1,0000000000000	1,0000000000000	1,0000000000000	1,0000000000000
Fonction objectif	5,5871650572495	5,5871650572823	5,5871650572823	5,5871650571464
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	h_1, h_2, h_3, g_{15}	h_1, h_2, h_3, g_{15}	h_1, h_2, h_3, g_{15}	h_1, h_2, h_3, g_{15}
x_{\min} actives	k_{\min}	k_{\min}	k_{\min}	k_{\min}
G sur x_{\min}	0	0	0	0
x_{\max} actives	$r_{4\max}$	$r_{4\max}$	$r_{4\max}$	$r_{4\max}$
G sur x_{\max}	0	0	0	0
Itérations	143	150	150	164

Tableau A5.48 : Annulaire - erreur mécanique - X_{03} - contraintes actives

$X_{03}=[40 \ 6 \ 43 \ 7 \ 355 \ 2]^T$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	68,884650218652	68,884650219034	68,884650219034	68,884650219023
$x(2)=r_2$ (mm)	7,3348644310549	7,3348644310752	7,3348644310752	7,3348644310747
$x(3)=r_1$ (mm)	39,015554351611	39,015554351613	39,015554351613	39,015554351613
$x(4)=r_4$ (mm)	7,5000000000000	7,5000000000000	7,5000000000000	7,5000000000000
$x(5)=\theta_4$ (°)	343,04670553055	343,04670553014	343,04670553014	343,04670553016
$x(6)=k$	1,0000000000000	1,0000000000000	1,0000000000000	1,0000000000000
Fonction objectif	5,5871650575779	5,5871650575504	5,5871650575504	5,5871650574298
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	h_1, h_2, h_3, g_{15}	h_1, h_2, h_3, g_{15}	h_1, h_2, h_3, g_{15}	h_1, h_2, h_3, g_{15}
x_{min} actives	k_{min}	k_{min}	k_{min}	k_{min}
G sur x_{min}	0	0	0	0
x_{max} actives	r_{4max}	r_{4max}	r_{4max}	r_{4max}
G sur x_{max}	0	0	0	0
Itérations	215	222	222	236

Tableau A5.49 : Auriculaire - couple-moteur - X_{01}

$X_{01}=[33 \ 5,3 \ 32,7 \ 5,5 \ 352,5]^T$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	30,253933629441	30,253933629441	30,253933629441	30,253933629441
$x(2)=r_2$ (mm)	6,9463817168866	6,9463817168866	6,9463817168866	6,9463817168866
$x(3)=r_1$ (mm)	32,400318359468	32,400318359468	32,400318359468	32,400318359468
$x(4)=r_4$ (mm)	7,0000000000000	7,0000000000000	7,0000000000000	7,0000000000000
$x(5)=\theta_4$ (°)	360,00000000000	360,00000000000	360,00000000000	360,00000000000
Fonction objectif	2513,5215308023	2513,5215308023	2513,5215308023	2513,5215308023
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3
x_{min} actives	-	-	-	-
G sur x_{min}	-	-	-	-
x_{max} actives	R_{4max}, θ_{4max}	r_{4max}, θ_{4max}	r_{4max}, θ_{4max}	r_{4max}, θ_{4max}
G sur x_{max}	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0
Itérations	56	62	62	62

Tableau A5.50 : Auriculaire - couple-moteur - X_{02} - contraintes actives

$X_{02}=[42 \ 7 \ 31,6 \ 7 \ 355]^T$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A (^{\circ})$	30,253933629448	30,253933629448	30,253933629448	30,253933629448
$x(2)=r_1 \text{ (mm)}$	6,9463817168861	6,9463817168861	6,9463817168861	6,9463817168861
$x(3)=r_2 \text{ (mm)}$	32,400318359467	32,400318359467	32,400318359467	32,400318359467
$x(4)=r_3 \text{ (mm)}$	7,0000000000000	7,0000000000000	7,0000000000000	7,0000000000000
$x(5)=\theta_4 (^{\circ})$	360,00000000000	360,00000000000	360,00000000000	360,00000000000
Fonction objectif	2513,5215308023	2513,5215308023	2513,5215308023	2513,5215308023
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3
x_{\min} actives	-	-	-	-
G sur x_{\min}	-	-	-	-
x_{\max} actives	$r_{4\max}, \theta_{4\max}$	$r_{4\max}, \theta_{4\max}$	$r_{4\max}, \theta_{4\max}$	$r_{4\max}, \theta_{4\max}$
G sur x_{\max}	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0
Itérations	46	52	52	52

Tableau A5.51 : Auriculaire - couple-moteur - X_{03} - contraintes actives

$X_{03}=[45 \ 6,7 \ 31,6 \ 7 \ 352,5]^T$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A (^{\circ})$	30,253933629362	30,253933629362	30,253933629362	30,253933629362
$x(2)=r_1 \text{ (mm)}$	6,9463817168885	6,9463817168885	6,9463817168885	6,9463817168885
$x(3)=r_2 \text{ (mm)}$	32,400318359476	32,400318359476	32,400318359476	32,400318359476
$x(4)=r_3 \text{ (mm)}$	7,0000000000000	7,0000000000000	7,0000000000000	7,0000000000000
$x(5)=\theta_4 (^{\circ})$	360,00000000000	360,00000000000	360,00000000000	360,00000000000
Fonction objectif	2513,5215308024	2513,5215308024	2513,5215308024	2513,5215308024
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3
x_{\min} actives	-	-	-	-
G sur x_{\min}	-	-	-	-
x_{\max} actives	$r_{4\max}, \theta_{4\max}$	$r_{4\max}, \theta_{4\max}$	$r_{4\max}, \theta_{4\max}$	$r_{4\max}, \theta_{4\max}$
G sur x_{\max}	0, 0	0, 0	0, 0	0, 0
Itérations	37	37	37	37

Tableau A5.52 : Auriculaire - énergie consommée - X_{01}

$X_{01}=[42 \ 7 \ 31,6 \ 7 \ 355]^T$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	26,505745035982	26,487968332601		
$x(2)=r_2$ (mm)	6,5254568086722	6,5233714816472		
$x(3)=r_1$ (mm)	32,753911478876	32,755498707354		
$x(4)=r_4$ (mm)	6,5325180107261	6,5302283152161		
$x(5)=\theta_4$ (°)	360,00000000000	360,00000000000		
Fonction objectif	2991,0685749155	2991,0685682609		
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}		
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}		
Critère sur g	10^{-7}	10^{-7}		
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3		
x_{min} actives	-	-		
G sur x_{min}	-	-		
x_{max} actives	θ_{dmax}	θ_{dmax}		
G sur x_{max}	0	0		
Itérations	5563	6906		

Tableau A5.53 : Auriculaire - énergie consommée - X_{02}

$X_{02}=[28 \ 5,3 \ 32,9 \ 5,4 \ 355]^T$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)			26,469978440406	
$x(2)=r_2$ (mm)			6,5212602144683	
$x(3)=r_1$ (mm)			32,757104083057	
$x(4)=r_4$ (mm)			6,5279104125908	
$x(5)=\theta_4$ (°)			360,00000000000	
Fonction objectif			2991,0685679139	
Critère sur x			10^{-9}	
Critère sur f			10^{-9}	
Critère sur g			10^{-7}	
G actives			h_1, h_2, h_3	
x_{min} actives			-	
G sur x_{min}			-	
x_{max} actives			θ_{dmax}	
G sur x_{max}			0	
Itérations			4331	

Tableau A5.54 : Auriculaire - énergie consommée - X_{03}

$X_{03}=[30,254 \ 6,946 \ 32,4 \ 7 \ 360]^T$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	26,505588428085	26,487553128466	26,487553118111	26,487553118110
$x(2)=r_1$ (mm)	6,5254384410082	6,5233227653978	6,5233227641829	6,5233227641827
$x(3)=r_2$ (mm)	32,753925465395	32,755535769737	32,755535770662	32,755535770662
$x(4)=r_3$ (mm)	6,5324978419491	6,5301748275471	6,5301748262132	6,5301748262131
$x(5)=\theta_4$ (°)	360,000000000000	360,000000000000	360,000000000000	360,000000000000
Fonction objectif	2991,0685747157	2991,0685683197	2991,0685683197	2991,0685683197
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3
x_{min} actives	-	-	-	-
G sur x_{min}	-	-	-	-
x_{max} actives	θ_{4max}	θ_{4max}	θ_{4max}	θ_{4max}
G sur x_{max}	0	0	0	0
Itérations	2807	3985	3991	3997

Tableau A5.55 : Auriculaire - énergie consommée - X_{04}

$X_{04}=[26 \ 5,9 \ 32,9 \ 5,9 \ 358]^T$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	26,448567878111	26,470318132900	26,470320985555	
$x(2)=r_1$ (mm)	6,5187462798634	6,5213000888680	6,5213004237182	
$x(3)=r_2$ (mm)	32,759013546122	32,757073777482	32,757073522985	
$x(4)=r_3$ (mm)	6,5251507934283	6,5279541870234	6,5279545546269	
$x(5)=\theta_4$ (°)	360,000000000000	360,000000000000	360,000000000000	
Fonction objectif	2991,0685754475	2991,0685676416	2991,0685676412	
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	
Critère sur g	10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}	
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	
x_{min} actives	-	-	-	
G sur x_{min}	-	-	-	
x_{max} actives	θ_{4max}	θ_{4max}	θ_{4max}	
G sur x_{max}	0	0	0	
Itérations	4845	7162	7204	

Tableau A5.56 : Auriculaire - erreur quadratique - X_{01} - Leastsq

$X_{01}=[33 \ 5,3 \ 32,7 \ 5,5 \ 352,5]^T$ en utilisant la fonction d'optimisation "Leastsq"				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	30,187391751598	30,187339713584	30,187339713584	30,187339713584
$x(2)=r_1$ (mm)	6,9372698112118	6,9372634476851	6,9372634476851	6,9372634476851
$x(3)=r_2$ (mm)	32,407370743975	32,407376071549	32,407376071549	32,407376071549
$x(4)=r_3$ (mm)	6,9901850122064	6,9901780317732	6,9901780317732	6,9901780317732
$x(5)=\theta_4$ (°)	359,99346836448	359,99346585378	359,99346585378	359,99346585378
Fonction objectif	6,1149373358e-8	6,1149372638e-8	6,1149372638e-8	6,1149372638e-8
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3
x_{min} actives			-	
G sur x_{min}			-	
x_{max} actives			-	
G sur x_{max}			-	
Itérations	55	178	178	178

Tableau A5.57 : Auriculaire - erreur quadratique - X_{02} - Leastsq

$X_{02}=[42 \ 7 \ 31,6 \ 7 \ 355]^T$ en utilisant la fonction d'optimisation "Leastsq"				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	30,187316159106	30,187357820300	30,187357820300	30,187357820300
$x(2)=r_1$ (mm)	6,9372606717367	6,9372656831673	6,9372656831673	6,9372656831673
$x(3)=r_2$ (mm)	32,407378466714	32,407374214087	32,407374214087	32,407374214087
$x(4)=r_3$ (mm)	6,9901749691156	6,9901804803337	6,9901804803337	6,9901804803337
$x(5)=\theta_4$ (°)	359,99346500901	359,99346678869	359,99346678869	359,99346678869
Fonction objectif	6,1149374383e-8	6,1149372759e-8	6,1149372759e-8	6,1149372759e-8
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3
x_{min} actives			-	
G sur x_{min}			-	
x_{max} actives			-	
G sur x_{max}			-	
Itérations	80	182	182	182

Tableau A5.58 : Auriculaire - erreur quadratique - X_{03} - Leastsq

$X_{03}=[45 \ 6,7 \ 31,6 \ 7 \ 352,5]^T$ en utilisant la fonction d'optimisation ''Leastsq''				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	30,187295157372	30,187340579100	30,187340579100	30,187340579100
$x(2)=r_1$ (mm)	6,9372580078032	6,9372635750810	6,9372635750810	6,9372635750810
$x(3)=r_2$ (mm)	32,407380632248	32,407375978893	32,407375978893	32,407375978893
$x(4)=r_3$ (mm)	6,9901720621310	6,9901781670716	6,9901781670716	6,9901781670716
$x(5)=\theta_4$ (°)	359,99346372681	359,99346595963	359,99346595963	359,99346595963
Fonction objectif	6,1149373170e-8	6,1149372641e-8	6,1149372641e-8	6,1149372641e-8
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3
x_{min} actives	-	-	-	-
G sur x_{min}	-	-	-	-
x_{max} actives	-	-	-	-
G sur x_{max}	-	-	-	-
Itérations	80	141	141	141

Tableau A5.59 : Auriculaire - déviation de l'angle de transmission - X_{01}

$X_{01}=[33 \ 5,3 \ 32,7 \ 5,5 \ 352,5]^T$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	35,169151992987	35,169143132226	35,169139017098	35,169139017098
$x(2)=r_1$ (mm)	6,8432051019434	6,8432052520785	6,8432053218045	6,8432053218045
$x(3)=r_2$ (mm)	32,083573260822	32,083573800646	32,083574051353	32,083574051353
$x(4)=r_3$ (mm)	7,0000000000000	7,0000000000000	7,0000000000000	7,0000000000000
$x(5)=\theta_4$ (°)	357,73107387336	357,73107810637	357,73108007227	357,73108007227
Fonction objectif	1975,9499817042	1975,9499817038	1975,9499817037	1975,9499817037
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3
x_{min} actives	-	-	-	-
G sur x_{min}	-	-	-	-
x_{max} actives	r_{4max}	r_{4max}	r_{4max}	r_{4max}
G sur x_{max}	0	0	0	0
Itérations	94	100	136	136

Tableau A5.60 : Auriculaire - déviation de l'angle de transmission - X_{02} - contraintes actives

$X_{02}=[42 \ 7 \ 31,6 \ 7 \ 355]^T$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	35,169134206941	35,169130439567	35,169131883397	35,169131883397
$x(2)=r_1$ (mm)	6,8432054048600	6,8432054686938	6,8432054442296	6,8432054442296
$x(3)=r_2$ (mm)	32,083574345895	32,083574575416	32,083574487453	32,083574487453
$x(4)=r_3$ (mm)	7,0000000000000	7,0000000000000	7,0000000000000	7,0000000000000
$x(5)=\theta_1$ (°)	357,73108236253	357,73108416230	357,73108347255	357,73108347255
Fonction objectif	1975,9499811750	1975,9499811750	1975,9499811750	1975,9499811750
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3
x_{min} actives	-	-	-	-
G sur x_{min}	-	-	-	-
x_{max} actives	r_{4max}	r_{4max}	r_{4max}	r_{4max}
G sur x_{max}	0	0	0	0
Itérations	363	369	390	390

Tableau A5.61 : Auriculaire - déviation de l'angle de transmission - X_{03} - contraintes actives

$X_{03}=[45 \ 6,7 \ 31,6 \ 7 \ 352,5]^T$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	35,169116543456	35,169130663922	35,169131016970	35,169131016970
$x(2)=r_1$ (mm)	6,8432057042175	6,8432054649621	6,8432054589801	6,8432054589801
$x(3)=r_2$ (mm)	32,083575422055	32,083574561792	32,083574540283	32,083574540283
$x(4)=r_3$ (mm)	7,0000000000000	7,0000000000000	7,0000000000000	7,0000000000000
$x(5)=\theta_1$ (°)	357,73109080067	357,73108405497	357,73108388631	357,73108388631
Fonction objectif	1975,9499811443	1975,9499811438	1975,9499811438	1975,9499811438
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3
x_{min} actives	-	-	-	-
G sur x_{min}	-	-	-	-
x_{max} actives	r_{4max}	r_{4max}	r_{4max}	r_{4max}
G sur x_{max}	0	0	0	0
Itérations	229	235	261	261

Tableau A5.62 : Auriculaire - erreur mécanique - X_{01}

$X_{01}=[33 \ 5,3 \ 32,7 \ 5,5 \ 352,5 \ 4]^T$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	59,158713614319	59,158713576809	59,158713576809	59,158713576801
$x(2)=r_2$ (mm)	6,8274976768108	6,8274976763652	6,8274976763652	6,8274976763651
$x(3)=r_3$ (mm)	31,123959973721	31,123959974112	31,123959974112	31,123959974113
$x(4)=r_4$ (mm)	7,0000000000000	7,0000000000000	7,0000000000000	7,0000000000000
$x(5)=\theta_4$ (°)	342,59061545939	342,59061549259	342,59061549259	342,59061549260
$x(6)=k$	1,0000000000000	1,0000000000000	1,0000000000000	1,0000000000000
Fonction objectif	3,4146005616202	3,4146005614514	3,4146005614514	3,4146005614475
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	h_1, h_2, h_3, g_{15}	h_1, h_2, h_3, g_{15}	h_1, h_2, h_3, g_{15}	h_1, h_2, h_3, g_{15}
x_{min} actives	k_{min}	k_{min}	k_{min}	k_{min}
G sur x_{min}	0	0	0	0
x_{max} actives	r_{4max}	r_{4max}	r_{4max}	r_{4max}
G sur x_{max}	0	0	0	0
Itérations	136	143	143	152

Tableau A5.63 : Auriculaire - erreur mécanique - X_{02} - contraintes actives

$X_{02}=[38 \ 6,5 \ 32 \ 6,7 \ 355 \ 2]^T$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	59,158713585988	59,158713576735	59,158713576735	59,158713576759
$x(2)=r_2$ (mm)	6,8274976764721	6,8274976763622	6,8274976763622	6,8274976763625
$x(3)=r_3$ (mm)	31,123959974012	31,123959974109	31,123959974109	31,123959974108
$x(4)=r_4$ (mm)	7,0000000000000	7,0000000000000	7,0000000000000	7,0000000000000
$x(5)=\theta_4$ (°)	342,59061548451	342,59061549270	342,59061549270	342,59061549268
$x(6)=k$	1,0000000000000	1,0000000000000	1,0000000000000	1,0000000000000
Fonction objectif	3,41460056148845	3,41460056146094	3,41460056146094	3,41460056144640
objectif	0	2	2	3
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	h_1, h_2, h_3, g_{15}	h_1, h_2, h_3, g_{15}	h_1, h_2, h_3, g_{15}	h_1, h_2, h_3, g_{15}
x_{min} actives	k_{min}	k_{min}	k_{min}	k_{min}
G sur x_{min}	0	0	0	0
x_{max} actives	r_{4max}	r_{4max}	r_{4max}	r_{4max}
G sur x_{max}	0	0	0	0
Itérations	192	199	199	214

Tableau A5.64 : Auriculaire - erreur mécanique - X_{03} - contraintes actives

$X_{03}=[45 \ 6,7 \ 31,6 \ 7 \ 352,5 \ 8]^T$				
	1	2	3	4
$x(1)=\theta_A$ (°)	59,158713576263	59,158713576263	59,158713576263	59,158713576263
$x(2)=r_2$ (mm)	6,8274976763605	6,8274976763605	6,8274976763605	6,8274976763605
$x(3)=r_1$ (mm)	31,123959974130	31,123959974130	31,123959974130	31,123959974130
$x(4)=r_4$ (mm)	7,0000000000000	7,0000000000000	7,0000000000000	7,0000000000000
$x(5)=\theta_4$ (°)	342,59061549297	342,59061549297	342,59061549297	342,59061549297
$x(6)=k$	1,0000000000000	1,0000000000000	1,0000000000000	1,0000000000000
Fonction objectif	3,4146005613913	3,4146005613913	3,4146005613913	3,4146005613913
Critère sur x	10^{-5}	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur f	10^{-5}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-13}
Critère sur g	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
G actives	h_1, h_2, h_3, g_{15}	h_1, h_2, h_3, g_{15}	h_1, h_2, h_3, g_{15}	h_1, h_2, h_3, g_{15}
x_{min} actives	k_{min}	k_{min}	k_{min}	k_{min}
G sur x_{min}	0	0	0	0
x_{max} actives	r_{4max}	r_{4max}	r_{4max}	r_{4max}
G sur x_{max}	0	0	0	0
Itérations	433	454	454	473

Tableau A5.65 : Pouce - couple-moteur

$X_{01}=[25 \ 9,279 \ 7,77 \ 12,79 \ 360]^T$ $X_{02}=[28 \ 5,1 \ 7,9 \ 8,1 \ 357,5]^T$		
	X_{01}	X_{02}
$x(1)=\theta_A$ (°)	25,19778980434719	25,45187605923948
$x(2)=r_1$ (mm)	9,349452553388730	9,328546741639536
$x(3)=r_2$ (mm)	7,765414862152396	7,761476361153103
$x(4)=r_4$ (mm)	12,88021729277944	12,88136106714404
$x(5)=\theta_4$ (°)	359,9999964385604	359,9543440385096
Fonction objectif	4114,186901194736	4115,589768387322
Critère sur x	10^{-7}	10^{-7}
Critère sur f	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur g	10^{-7}	10^{-7}
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3
x_{min} actives	-	-
G sur x_{min}	-	-
x_{max} actives	-	-
G sur x_{max}	-	-
Itérations	95	5384

Tableau A5.66 : Pouce - énergie consommée

	$X_{01}=[25\ 9,279\ 7,77\ 12,79\ 360]^T$	$X_{02}=[17\ 5,3\ 8\ 7,8\ 360]^T$	$X_{03}=[38\ 8,1\ 7,6\ 12,3\ 357,5]^T$
	X_{01}	X_{02}	X_{03}
$x(1)=\theta_A$ (°)	24,80538559708504	16,59190957819920	24,69184479258768
$x(2)=r_1$ (mm)	9,209597801426744	5,060875622535771	9,156463173302766
$x(3)=r_2$ (mm)	7,774977228871804	7,992572170531740	7,777987208623076
$x(4)=r_3$ (mm)	12,70104246686664	7,450594174347051	12,63605499009879
$x(5)=\theta_4$ (°)	360,0000000000000	360,0000000000000	359,9951254678486
Fonction objectif	2003,196698231497	2003,006335389923	2003,194643270096
Critère sur x	10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}
Critère sur f	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur g	10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3
x_{min} actives	-	-	-
G sur x_{min}	-	-	-
x_{max} actives	θ_{4max}	θ_{4max}	-
G sur x_{max}	0	0	-
Itérations	822	43	70

Tableau A5.67 : Pouce - erreur quadratique

$X_{01}=[25\ 9,279\ 7,77\ 12,79\ 360]^T$ $X_{02}=[55\ 6,135\ 7,586\ 9,925\ 360]^T$ $X_{03}=[60\ 5,362\ 7,641\ 8,64\ 360]^T$				
LeastSq	X_{01}	X_{01} et $x(5)=360^\circ$	X_{02} et $x(5)=360^\circ$	X_{03} et $x(5)=360^\circ$
$x(1)=\theta_A$ (°)	24,757883597356	24,641555819483	24,641515864689	24,641515030159
$x(2)=r_1$ (mm)	9,2374624244216	9,1497735934286	9,1497589403515	9,1497587412502
$x(3)=r_2$ (mm)	7,7752158144974	7,7789685933256	7,7789695665424	7,7789695866820
$x(4)=r_3$ (mm)	12,725563615824	12,624711609891	12,624692919879	12,624692622160
$x(5)=\theta_4$ (°)	360,01852889418	360,00000000000	360,00000000000	360,00000000000
Fonction objectif	5,1898002206e-8	5,3217030460e-8	5,3217029335e-8	5,3217029336e-8
Critère sur x	10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}
Critère sur f	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur g	10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3
x_{min} actives	-	-	-	-
G sur x_{min}	-	-	-	-
x_{max} actives	-	θ_{4max}	θ_{4max}	θ_{4max}
G sur x_{max}	-	0	0	0
Itérations	284	79	130	164

Tableau A5.68 : Pouce - déviation de l'angle de transmission

$X_{01}=[25 \ 9,279 \ 7,77 \ 12,79 \ 360]^T$ $X_{02}=[55 \ 6,135 \ 7,586 \ 9,925 \ 353]^T$ $X_{03}=[60 \ 5,362 \ 7,641 \ 8,64 \ 351]^T$			
	1	2	3
$x(1)=\theta_A$ (°)	60,492448603713	61,218657998554	60,843836750664
$x(2)=r_1$ (mm)	7,4280204934588	6,1650232858355	5,2823358381850
$x(3)=r_2$ (mm)	7,4063043441199	7,5423469422868	7,6468185011695
$x(4)=r_3$ (mm)	11,765034581302	9,8432034357268	8,4907085555673
$x(5)=\theta_4$ (°)	353,28535901203	351,66792613044	3,5069256201028
Fonction objectif	268,51182517095	267,65504901306	268,07965734244
Critère sur x	10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}
Critère sur f	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur g	10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3
x_{min} actives			
G sur x_{min}			
x_{max} actives			
G sur x_{max}			
Itérations	6184	933	673

Tableau A5.69 : Pouce - erreur mécanique

$X_{01}=[52 \ 7,6 \ 7,5 \ 12,1 \ 355 \ 2]^T$ $X_{02}=[80 \ 8 \ 7,5 \ 9 \ 360 \ 6]^T$ $X_{03}=[87 \ 7,5 \ 7,3 \ 9,9 \ 345 \ 2]^T$			
	X_{01}	X_{02}	X_{03}
$x(1)=\theta_A$ (°)	74,269660178990	85,772578585455	87,314000000000
$x(2)=r_1$ (mm)	7,7533591969844	8,2897608013189	8,3936973097922
$x(3)=r_2$ (mm)	7,2772458366269	7,1796304278597	7,1660023289619
$x(4)=r_3$ (mm)	11,629288350452	11,323378234907	11,279886902938
$x(5)=\theta_4$ (°)	350,38385714479	347,08428203110	346,55736527609
$x(6)=k$	1,00000000000000	1,00000000000000	1,00000000000000
Fonction objectif	13,990809956810	12,671300923973	12,491894244744
Critère sur x	10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}
Critère sur f	10^{-9}	10^{-9}	10^{-9}
Critère sur g	10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}
G actives	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3	h_1, h_2, h_3
x_{min} actives	k_{min}	k_{min}	k_{min}
G sur x_{min}	0	0	0
x_{max} actives			θ_{Amax}
G sur x_{max}			0
Itérations	325	87	886